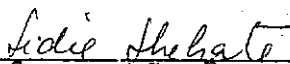


CORTANTE LONGITUDINAL EM VIGAS DE
CONCRETO COM MESAS COMPRIMIDAS

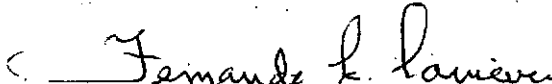
MÁRCIA TEREZA FIORITO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS
DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTEN-
ÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.


APROVADA POR:



PROF. LIDIA DA CONCEIÇÃO DOMINGUES SHEHATA
(PRESIDENTE)



PROF. FERNANDO LUIZ LOBO BARBOZA CARNEIRO



PROF. CARLOS HENRIQUE HOLCK



PROF. IBRAHIM ABD EL MALIK SHEHATA

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 1987

FIORITO, MÁRCIA TEREZA

Cortante longitudinal em vigas de concreto com mesas comprimidi
midas (Rio de Janeiro) 1987.

xii, 99 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil,
1987)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Cortante longitudinal - Ligações mesa-alma - Armadura
da ligação mesa-alma - Mesas de concreto comprimidas

I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

AGRADECIMENTOS

À Professora Lidia da Conceição Domingues Shehata, pela valiosa orientação.

Aos Professores Yosiaki Nagato e Ibrahim Shehata, pela prestimosa colaboração na realização dos ensaios.

Ao colega Vanderlei Tizatto, pela inestimável ajuda na fase inicial de preparação dos ensaios e na realização dos mesmos.

Ao pessoal técnico do Laboratório de Estruturas: Flávio, João Pinto, José Maria, Vicente, Osvaldo, Edmilson, Manoel Aguinaldo, José Carlos e Anísio.

A Eneida Mendonça pelos serviços de datilografia e aos desenhistas Raimundo Doria e Gilberto Luziê de Souza.

A todos os colegas e professores que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CORTANTE LONGITUDINAL EM VIGAS DE CONCRETO
COM MESAS COMPRIMIDAS

Márcia Tereza Fiorito

Março de 1987

Orientador: Profª Lidia da Conceição Domingues Shehata

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho consiste num estudo experimental sobre o problema do esforço cortante longitudinal nas vigas de concreto armado com mesas comprimidas. Nele estão incluídos um breve resumo dos métodos de cálculo e ensaios publicados anteriormente, e também as recomendações de algumas normas técnicas referentes ao assunto.

Para o estudo experimental foram ensaiadas cinco vigas T simplesmente apoiadas e carregadas com duas cargas simétricas sobre a largura da alma. Com base neste estudo e nos resultados de ensaios anteriores, foram feitas comparações que levaram a algumas conclusões sobre o cálculo da armadura das ligações mesa-alma.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

LONGITUDINAL SHEAR IN BEAMS OF CONCRETE
WITH COMPRESSION FLANGES

Márcia Tereza Fiorito

March, 1987

Chairman: Lidia da Conceição Domingues Shehata

Department: Civil Engineering

This work consists of an experimental study about the longitudinal shear problem in beams of reinforced concrete with compression flanges. It is included a brief summary of the design methods and tests published earlier, and also the recommendations of some codes of practice related to the subject.

For the experimental study five T-beams were tested. These beams were simply supported and loaded with two symmetric loads over the web breadth. On the basis of this study and results of earlier tests, comparisons lead to some conclusions about the design of the reinforcement of web-flange connections.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA	3
II.1. Ensaaios Anteriores	3
II.2. Métodos de Cálculo	4
II.2.1. Vigas simplesmente apoiadas	4
II.2.2. Vigas contínuas	14
II.3. Recomendações de Normas	18
II.4. Considerações sobre a Interação Cortante	
Longitudinal - Momento Fletor Transversal	25
CAPÍTULO III - TRABALHO EXPERIMENTAL	28
III.1. Características Gerais dos Modelos Ensaaiados	28
III.2. Características dos Materiais	32
III.2.1. Concreto	32
III.2.2. Aço	34
III.3. Procedimento de Ensaio	36
III.4. Resultados dos Ensaaios	38
III.4.1. Comportamento geral, fissuração e ruptura	45
III.4.2. Deformações longitudinais da alma, no <u>con</u> creto e no aço	50
III.4.3. Deformações no aço transversal da mesa	56

III.4.4.	Deformações longitudinais no concreto da mesa	60
III.4.5.	Direções das deformações principais de compressão nas abas da mesa	69
III.4.6.	Flechas	71
III.4.7.	Abertura de fissuras	74
CAPÍTULO IV - ANÁLISE E COMPARAÇÕES		76
IV.1.	Análise dos Resultados deste Trabalho	76
IV.1.1.	Variação de $F_{c,f}$ ao longo do vão	76
IV.1.2.	Variação de $F_{c,f}$ e $F_{c,w}$ na seção de momento fletor máximo	78
IV.1.3.	Largura efetiva da aba da mesa na seção de momento fletor máximo	81
IV.1.4.	Resistência ao cortante longitudinal	84
IV.2.	Análise dos Resultados de Todos os Ensaios Quanto à Resistência	87
IV.2.1.	Considerações preliminares	87
IV.2.2.	Comparações com métodos de cálculo de diferentes autores	90
IV.2.3.	Comparações com métodos de cálculo recomendados por normas	92
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES		94
CAPÍTULO VI - SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS		96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		97

NOTAÇÕES

Letras Minúsculas:

- a - comprimento da ligação mesa-alma ao longo do qual existe cortante longitudinal
- a_m - distância entre duas cargas concentradas simétricas
- a_v - distância entre os pontos de momentos nulo e máximo
- b - largura total da mesa
- b_{ef} - largura efetiva da mesa
- b_f - largura efetiva de uma aba
- b_r - largura existente de uma aba
- b_w - largura da alma
- d - altura útil da viga
- d_s - distância da armadura transversal até meia altura da ligação mesa-alma
- f_c - resistência à compressão uniaxial do cilindro de concreto (150 x 300 mm)

- f_{ct} - resistência à tração do concreto (ensaio de compressão diametral)
- f_y - tensão de escoamento do aço
- h - altura total da viga
- h_f - espessura da mesa, na ligação mesa-alma
- h_i - espessura da mesa na borda das abas
- k_c - razão entre o comprimento da ligação mesa-alma sujeito à compressão transversal e o comprimento a_v ou a
- k_s - razão entre o comprimento da ligação mesa-alma onde há necessidade de armadura transversal e o comprimento a_v ou a
- ℓ - vão da viga (centro a centro de apoio)
- m_t - momento fletor transversal por unidade de comprimento da ligação mesa-alma
- q - carga por unidade de comprimento
- s_f - espaçamento da armadura transversal da mesa
- s_w - espaçamento da armadura transversal da alma
- w - abertura das fissuras
- x - profundidade da linha neutra
- z - braço de alavanca interno
- z_f - braço de alavanca interno correspondente à parte das abas

z_w - braço de alavanca interno correspondente apenas à alma

Letras Maiúsculas:

A_c - área total da mesa

$A_{c,f}$ - área de uma aba da mesa

$A_{s,f}$ - área total de armadura transversal da mesa

$A_{s,\ell}$ - área total de armadura longitudinal da alma (armadura principal)

$A_{s,w}$ - área de armadura transversal da alma em s_w

E_c - módulo de deformação longitudinal do concreto

E_s - módulo de deformação longitudinal do aço

F - carga concentrada

F_c - força de compressão no concreto

$F_{c,f}$ - força de compressão no concreto de uma aba, na seção de momento máximo

$(F_{c,f})_m$ - força de compressão no concreto de uma aba para o caso de haver flexão transversal na mesa

$F_{c,w}$ - força de compressão no concreto da alma, na seção de momento máximo

F_s - força de tração na armadura principal

F_r - carga correspondente à abertura de fissuras na mesa (carga de fissuração)

- F_u - carga de ruptura observada nos ensaios
- L - distância entre a seção de momento máximo e a extremi
dade da viga
- L_0 - distância entre os pontos de momento nulo
- L_1 - distância entre nervuras
- M - momento fletor longitudinal
- V - esforço cortante
- V_r - valor de V correspondente à carga de fissuração
- V_u - valor de V correspondente à carga de ruptura

Letras Gregas:

- β - inclinação das bielas de concreto da mesa em relação
ao eixo da viga; ângulo
- γ - rotação da alma; coeficiente de segurança; ângulo
- δ - flechas; coeficiente de variação
- ϵ - deformação
- ϵ_c - deformação longitudinal no concreto
- ϵ_s - deformação no aço
- ϵ_y - deformação no aço correspondente a f_y
- ϵ_y^* - $(\epsilon_y - 2\%)$
- θ - inclinação das bielas de compressão da alma em rela-

ção ao eixo da viga

- v - coeficiente de redução da resistência do concreto
- ρ_f - taxa geométrica de armadura transversal da mesa
- ρ_ℓ - taxa geométrica de armadura longitudinal de tração da alma (armadura principal) ($A_{s,\ell}/b_w d$)
- ρ_w - taxa geométrica de armadura transversal da alma
- σ - tensão
- σ_f - tensão longitudinal de compressão no concreto de uma aba, na seção de momento máximo
- σ_s - tensão no aço
- σ_x, σ_y - tensões normais
- τ, τ_{xy} - tensões cisalhantes
- ϕ - diâmetro nominal das barras de aço
- ϕ_e - diâmetro efetivo das barras de aço
- ω_f - taxa mecânica de armadura transversal da mesa $\left(\frac{\rho_f f_y}{f_c} \right)$

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Em contando-se com as mesas para a resistência à flexão de vigas de concreto, estas mesas têm que ser providas de uma armadura transversal tal que as ligações mesa-alma sejam asseguradas e as vigas possam apresentar a resistência à flexão esperada.

A determinação e o posicionamento dessa armadura têm sido objeto de algum estudo, mas ainda não existe um método racional de cálculo plenamente aceito, principalmente quando se trata de mesas tracionadas. Para este caso, a disposição e comprimento das barras da armadura de flexão longitudinal são dados adicionais a serem considerados.

A maioria das normas de cálculo de estruturas de concreto não faz distinção entre mesas comprimidas e tracionadas ao tratar do problema do cortante longitudinal nas ligações mesa-alma. Em geral, o cortante longitudinal é limitado através da limitação da largura efetiva da mesa, que é baseada em análises elásticas. Para resistir ao cortante longitudinal, ou é estipulada uma quantidade mínima de armadura, como faz a

NBR-6118 [1], ou é indicado que se determine a quantidade de armadura necessária de maneira análoga à usada para cálculo da armadura transversal das almas. A interação entre cortante longitudinal e flexão transversal nas ligações mesa-alma e o posicionamento da armadura com relação às faces das mesas são aspectos que nem sempre são abordados pelas normas de cálculo.

O objetivo do limitado trabalho aqui descrito foi obter informações adicionais sobre o comportamento de vigas T com mesas comprimidas. Foram ensaiadas cinco vigas que diferiam entre si apenas pela quantidade de armadura transversal na mesa. O carregamento consistiu de duas cargas concentradas, simétricas, sobre a alma. O caso das vigas com cargas sobre a alma e a mesa, que é o encontrado na prática, está sendo estudado em uma tese de doutorado da COPPE.

Além da descrição da pesquisa experimental desenvolvida, é apresentado neste trabalho um resumo do que existe na literatura sobre o assunto estudado: ensaios, métodos de cálculo e recomendações de normas.

Com base nos resultados de ensaios disponíveis, é feita também uma análise dos métodos de cálculo para determinação da armadura transversal das mesas já propostos e das recomendações de algumas normas de cálculo relativas ao assunto em estudo.

CAPÍTULO II

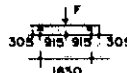
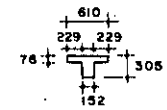
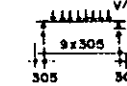
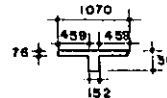
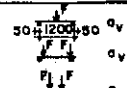
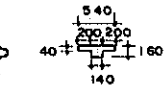
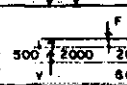
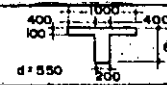
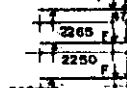
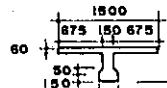
REVISAO DA LITERATURA

II.1. ENSAIOS ANTERIORES

Já foram feitos alguns ensaios visando aumentar o conhecimento sobre o comportamento de vigas com mesas e, especificamente, sobre a influência da armadura transversal das mesas nesse comportamento.

Em 1969, na Inglaterra, PLACAS [8] ensaiou seis vigas T, onde foram variadas a inclinação dos estribos da alma e a taxa de armadura transversal da mesa. Todas as vigas tinham a armadura da mesa uniformemente distribuída ao longo do vão e o carregamento consistiu de uma carga concentrada na seção central. Dados adicionais sobre essas vigas podem ser vistos na Tabela II.1. As vigas sem armadura transversal na mesa romperam devido à separação da mesa da alma. As com armadura transversal na mesa romperam com cargas maiores que as sem armadura e, embora tenham tido como causa principal de ruptura o cortante vertical na alma, apresentaram as mesas bem fissuradas devi-

Tabela II.1 - Resumo dos Ensaios Anteriores

Autor	viga	$\rho_L f_y$ (N/mm ²)	$\rho_W f_y$ (N/mm ²)	$\rho_F f_y$ (N/mm ²)	f_c (N/mm ²)	V_r (kN)	V_u (kN)	Tipo de Ruptura	Dimensões (mm)	Observações	
Placas	T21	26,50	2,25	0	32	140	150	cortante longitudinal			$A_{s,f}$ posicionada junto à face superior (todas)
	T37	26,50	2,25	0,52	32	160	210	cisalhamento na alma			
	T32	26,50	2,25	0,79	28	160	217	cisalhamento na alma			
	T6	26,50	2,25	1,58	26	180	205	cisalhamento na alma			
	T24	26,50	2,25*	0	35	160	170	cortante longitudinal			
	T14	26,50	2,25*	1,58	33	180	220	cisalhamento na alma			
Regan	U1	26,50	2,25	0,38	30	220	310	cortante longitudinal			$A_{s,f}$ posicionada junto à face superior (todas)
	U3	26,50	2,25	1,02	30	220	330	cortante longitudinal			
	U4	26,50	1,57	0,38	29	190	270	cort. long. + cis. na alma			
	U5	26,50	2,25	6,74	30	220	360	flexão			
Petersen e Lyhne	101	**	15,4	4,7	26	56	133	ancoragem			$A_{s,f}$ uniformemente distribuída
	102				26			cisalhamento na alma			$A_{s,f}$ concentrada
	103				23			cort. long. + cis. na alma			$A_{s,f}$ concentrada
	104				24			cortante longitudinal			$A_{s,f}$ concentrada
	105				34			cortante longitudinal			$A_{s,f}$ concentrada
	106				29			flexão			$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $a_v/2$
	107				28			ancoragem			$A_{s,f}$ concentrada
	108				28			cortante longitudinal			$A_{s,f}$ concentrada
Badawy e Bachmann	Q1	21,36	5,59	1,33	29	390	518	cortante longitudinal			$A_{s,f}$ com s_f variável, sendo menor perto dos apoios
	Q2	21,36	5,59	2,15	33	390	561	flexão			
Domingues	T1-111	24,02	5,51	1,70	34	175	335	cortante longitudinal			Ligação pré-fissurada $A_{s,f}$ em uma só camada à meia altura da mesa
	T1-112	18,39	5,51	1,70	28	-	255	cortante longitudinal			
	T1-121	18,39	5,51	0,90	34	175	247,5	cortante longitudinal			
	T1-211	18,39	5,51	1,70	29	150	366	cortante longitudinal			

* Estribos inclinados a 45°
(nos demais casos os estribos
são verticais)

** $\frac{A_{s,f} F_y}{a_v h_f}$

Quando não houver observação em contrário, a armadura transversal da mesa é uniformemente distribuída ao longo de a_v e igualmente dividida entre as faces superior e inferior da mesa.

do ao cortante longitudinal.

Em 1972, na Inglaterra, REGAN [16] ensaiou quatro vigas T com as mesas mais largas que as de Placas e cargas distribuídas ao longo do vão. O parâmetro variável foi a taxa de armadura transversal da mesa, sendo que numa das vigas foi reduzida a quantidade de estribos na alma. Todas as vigas tinham a armadura da mesa uniformemente distribuída ao longo do vão. As vigas com menos armadura transversal na mesa romperam devido à ação do cortante longitudinal, sendo que na viga com menor quantidade de estribos na alma a ruptura foi causada pela ação combinada do cortante vertical e do cortante longitudinal. A viga com maior armadura na mesa, entretanto, só rompeu ao atingir a carga de ruptura por flexão.

Em 1975, na Dinamarca, PETERSEN e LYHNE [13] ensaiaram oito vigas T com uma ou duas cargas concentradas (simétricas). Nelas foram variadas a largura das mesas, a distribuição e a área da armadura transversal da mesa (armadura concentrada sob as cargas, uniformemente distribuída em trechos próximos das cargas e uniformemente distribuída ao longo do vão) e também a distância (a_v) entre as seções de momento máximo e nulo (ver Tabela II.1). Apenas quatro vigas, todas com a armadura da mesa concentrada sob as cargas, romperam devido ao cortante longitudinal. A viga com armadura distribuída nos trechos próximos das cargas rompeu por flexão, mas sua armadura principal era menor do que a das outras. A viga com menor distância a_v rompeu por cisalhamento na alma e duas vigas romperam devido à falta de ancoragem da armadura principal, uma que tinha a armadura da me

sa uniformemente distribuída e uma com esta armadura concentrada.

Em 1977, na Suíça BADAWEY e BACHMANN [3] ensaiaram duas vigas T com duas cargas concentradas e simétricas. Numa, a armadura transversal da mesa era uniformemente distribuída e, na outra viga, o espaçamento das barras era menor perto dos apoios e maior na região de momento máximo. A viga com armadura uniformemente distribuída (maior taxa de armadura na mesa) rompeu por flexão. A outra rompeu devido ao cortante longitudinal.

Em 1981, na Inglaterra, DOMINGUES [8] ensaiou quatro vigas T com duas cargas concentradas e simétricas, todas com a armadura transversal da mesa uniformemente distribuída e com o mesmo espaçamento. Foi variada a distância a_v entre as seções de momento máximo e nulo, a taxa de armadura transversal da mesa (numa das vigas a armadura era disposta em uma só camada e nas demais em duas) e a condição do plano da ligação mesa-alma antes do carregamento (uma das vigas com armadura da mesa em duas camadas foi pré-fissurada). Todas as vigas romperam devido ao cortante longitudinal.

De um total de 24 vigas ensaiadas, apenas 14 romperam devido ao cortante longitudinal. Este fato, aliado à diversidade de parâmetros variados nas pesquisas, restringe a análise dos resultados obtidos. Genericamente, a partir do que é mencionado na bibliografia, pode-se apenas concluir que:

- Fissuras iniciais nas ligações mesa-alma, devidas a processos de cura e retração, levam a uma diminuição de resistência das ligações ao cortante longitudinal. Esta diminuição parece depender da abertura das fissuras que, se as espessuras

da alma e da mesa nas ligações forem muito diferentes, poderá ser considerável.

- Em ligações não pré-fissuradas, o cortante longitudinal leva ao aparecimento de fissuras longitudinais nessas ligações na região de momento fletor máximo. Com o acréscimo do carregamento, estas fissuras são seguidas de fissuras inclinadas que se estendem até a região onde as fissuras inclinadas da alma mais extremas atingem as ligações.

- O comportamento global das vigas depende da distribuição e quantidade da armadura transversal das mesas.

- Uma maior eficiência da armadura transversal da mesa é obtida com a maior concentração dessa armadura perto da seção de momento fletor máximo, pelo menos para o caso de cargas concentradas.

- A largura efetiva das mesas depende de ρ_f e pode ser maior que as máximas estipuladas por normas de cálculo.

II.2. MÉTODOS DE CÁLCULO

II.2.1. VIGAS SIMPLEMENTE APOIADAS [3,8,11,13,14,16,17]

Alguns métodos para o cálculo da armadura transversal de mesas têm sido propostos. Alguns, simplifcadamente, se limitam a considerar estados de tensões nas seções das mesas consideradas críticas (métodos aproximados). Em outros são analisados estados de tensões uniaxiais ou biaxiais em toda a mesa (métodos baseados no Teorema do Limite Inferior). Um terceiro tipo de métodos considera a mesa dividida em partes que se movem como corpo rígido (métodos baseados no Teorema do Limite Superior).

Nesses métodos, alguns consideram a alma e a mesa atuando em conjunto e outros analisam a mesa isoladamente. Neste último caso, é considerado que há cortante longitudinal ou ao longo do comprimento das ligações mesa-alma entre as seções de momento máximo e nulo (a_v) ou entre a seção de momento máximo e a seção onde a fissura inclinada da alma mais próxima da seção de momento nulo encontra a mesa ($a_v - z \cot \theta$ ou $a_v - z \frac{\cot \theta}{2}$). Esta última opção é a mais realística e constitui uma maneira indireta de se levar em conta a ação conjunta da mesa e da alma.

Pelo menos para carregamentos concentrados, tem sido verificado que uma maior eficiência da armadura transversal das mesas é obtida quando esta é mais concentrada perto das seções de momento fletor máximo. Existem na literatura métodos de cálculo que consideram armadura colocada só na seção de momento má

ximo (Petersen e Lyhne) ou ao longo de um trecho $k_s a_v$ perto desta seção, onde $0,5 \leq k_s < 1$ (Regan e Placas, Morley e Rajendran, Badawy e Bachmann, Nielsen). Estes métodos de cálculo estão resumidos na Tabela II.2.

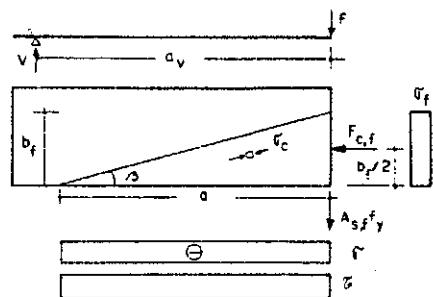
Na prática, entretanto, o que é normalmente usado é uma armadura uniformemente distribuída ao longo de todo comprimento ($k_s = 1$). Para este tipo de arranjo de armadura, ou se usam os métodos acima citados para $0,5 \leq k_s < 1$, ignorando-se a armadura do comprimento $(1 - k_s) a_v$, ou os métodos propostos por MORLEY e RAJENDRAN [11] e DOMINGUES [8] indicados na Tabela II.3.

Mais recentemente, RAZAQPUR e GHALI [14] sugeriram um método que leva a uma distribuição de armadura variável ao longo do comprimento. A quantidade de armadura é determinada a partir de tensões calculadas segundo fórmulas obtidas através de um estudo paramétrico feito com um programa de elementos finitos para análise não-linear de peças de concreto armado. Os tipos de distribuição de armadura determinados por este método para os casos de duas cargas concentradas simétricas e carregamento uniformemente distribuído podem ser vistos na Tabela II.4. Embora não haja resultados de ensaios de vigas com carga uniformemente distribuída disponíveis para que se possa tirar uma conclusão, parece pouco provável que a distribuição de armadura mais indicada para este caso seja a achada por esse método. Na prática, nenhuma dessas distribuições seria usada. Simplificações poderiam ser feitas usando-se armaduras uniformemente distribuídas diferentes ao longo de diferentes trechos ou então a maior para todo o comprimento.

Todos esses métodos apresentam algum tipo de desvanta-

Tabela II.2 - Métodos de cálculo para armadura concentrada ou uniformemente distribuída em certos trechos

PETERSEN - LYHNE-DOMINGUES:



$A_{s,f}$ concentrada na seção de M_{\max}

$$\sigma_f = \frac{F_{c,f}}{b_f h_f} \cdot \sigma_c = v f_c \text{ e } \sigma_c > \sigma_f$$

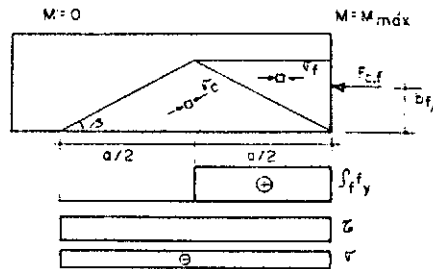
$$\sigma_f = \sigma_c \frac{\cot^2 \beta}{1 + \cot^2 \beta} \text{ , onde } \cot \beta = \frac{a}{b_f}$$

$$\frac{b_f}{a} = \frac{1}{\sqrt{\left(v - \frac{A_{s,f} f_y}{a h_f f_c}\right) \frac{1}{\frac{A_{s,f} f_y}{a h_f f_c}}}}$$

$$a = a_v - z \frac{\cot \theta}{2}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a h_f f_c} = \sqrt{\left(v - \frac{A_{s,f} f_y}{a h_f f_c}\right) \frac{A_{s,f} f_y}{a h_f f_c}}$$

NIELSEN - DOMINGUES:



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $a/2 = \frac{a_v}{2} - z \frac{\cot \beta}{4}$

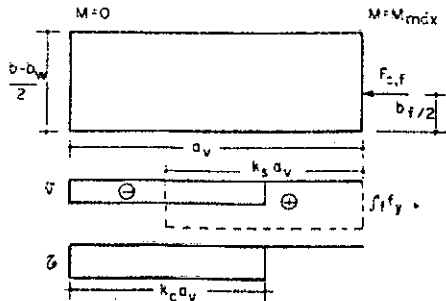
$$\sigma_f > \sigma_c \text{ para } 3 \leq 45^\circ$$

$$\sigma_f = v f_c \text{ , } \sigma_c = \sigma_f \left(\frac{1}{2 \cot^2 \beta} + \frac{1}{2} \right) \text{ onde } \cot \beta = \frac{1}{2} \frac{a}{b_f}$$

$$\frac{b_f}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{v} \frac{\rho_f f_y}{f_c}}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a h_f f_c} = \frac{1}{2} \sqrt{v \frac{\rho_f f_y}{f_c}}$$

REGAN - PLACAS:



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $k_s a_v$

$$\tau = 0,125 f_c + \sigma \text{ , } \sigma = \frac{k_s}{k_c} \rho_f f_y$$

$$\frac{1}{16} k_c^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} + \frac{1}{8} \right) k_c + \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} \left(1 - \frac{b_f}{a_v} \right) = 0$$

$$\text{com o menor } k_c + k_s = 1 - \frac{k_c}{2}$$

$$\left(\frac{\rho_f f_y}{f_c} \right)_{\min} = \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} \cdot \frac{b_f}{a_v} \cdot \frac{1}{k_s^2}$$

① $A_{s,f}$ concentrada

② $A_{s,f}$ distribuída em $a/2$

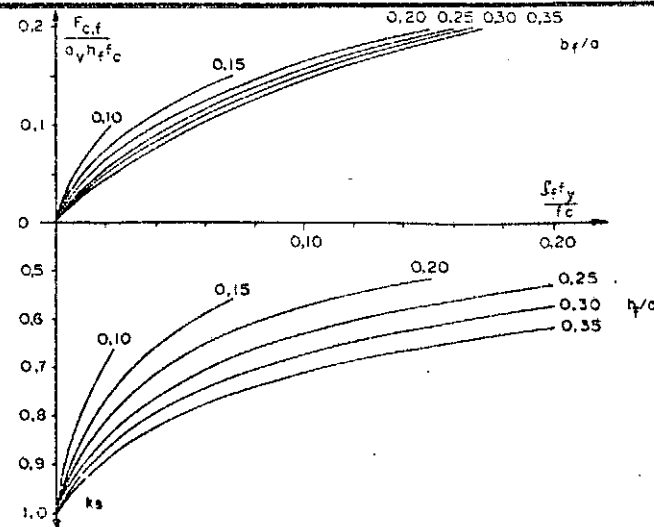
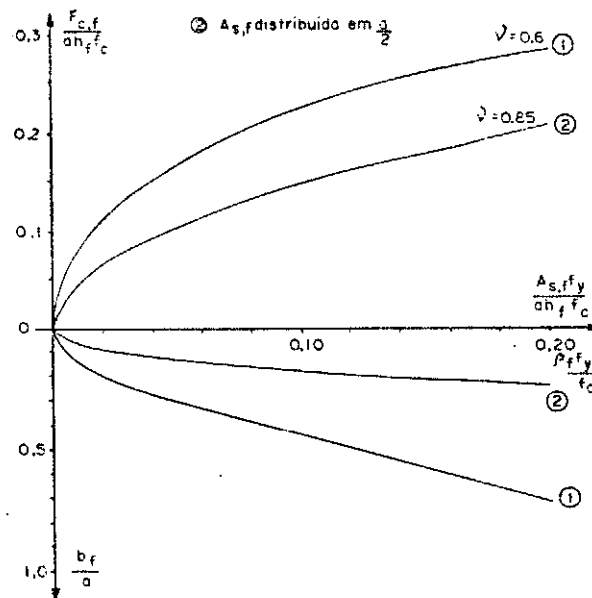
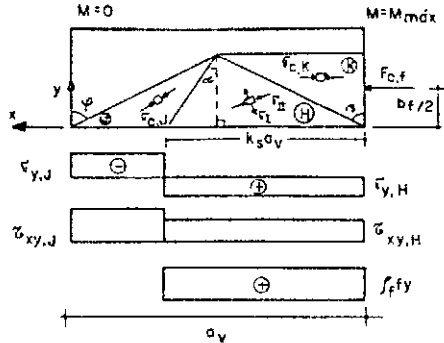


Tabela II.2 - Métodos de cálculo para armadura concentrada ou uniformemente distribuída em certos trechos (continuação)

MORLEY - RAJENDRAN:



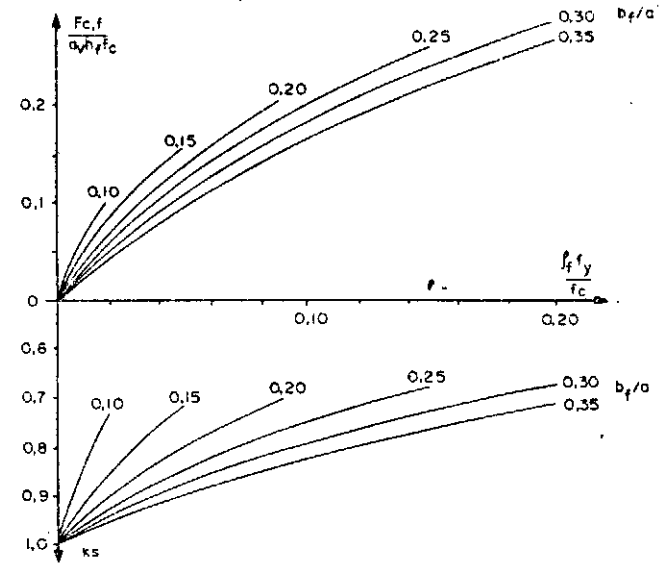
$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $k_s a_v$

$$\sigma_{c,J} = f_c \quad \sigma_{c,K} = \frac{F_{c,f}}{b_f h_f} \quad e \quad k_s = \frac{b_f}{a_v} (\tan \alpha + \tan \beta)$$

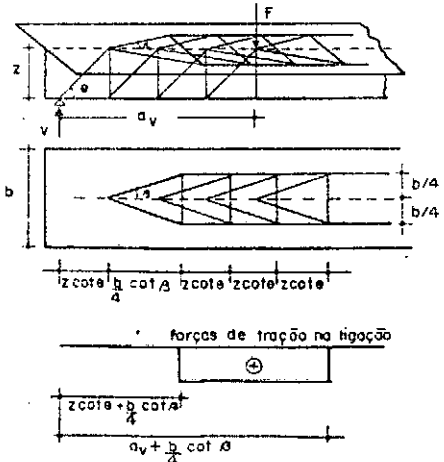
$$\psi = \beta = \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{a_v}{b_f} \right]$$

$$\alpha = \arctan \left\{ \frac{1}{2} \frac{a_v}{b_f} - \frac{\sigma_{c,K}}{f_c} \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{b_f}{a_v} \right)^2 \right] \frac{a_v}{b_f} \right\}$$

$$\left(\frac{\rho_f f_y}{f_c} \right)_{\min} = \frac{\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} \left(\frac{b_f}{a_v} \right)^2}{\frac{3}{4} \left(\frac{b_f}{a_v} \right) - \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} \left[\left(\frac{b_f}{a_v} \right)^2 + \frac{1}{4} \right]}$$



BADAWY - BACHMANN:



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $(a_v - z \cot \beta)$

$$\begin{cases} \theta = \arctan 1,0 \\ \beta = \arctan 0,4 \end{cases} \quad z = d - \frac{h_f}{2}$$

$$\frac{\rho_f f_y}{f_c} = 0,4 \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}, \quad \text{sendo } \rho_f \geq 0,2 \text{ a } 0,3\%$$

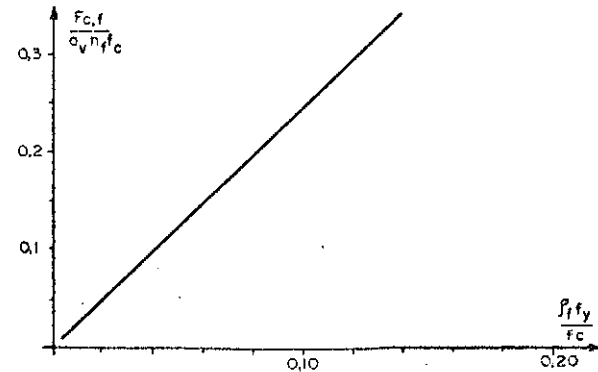
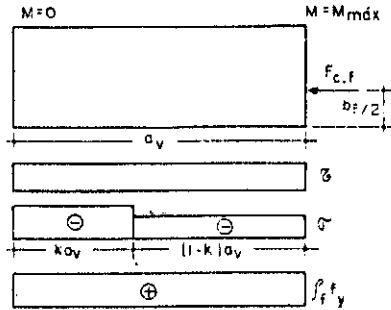


Tabela II.3 - Métodos de cálculo para armadura uniformemente distribuída

MORLEY-RAJENDRAN:



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em a_v

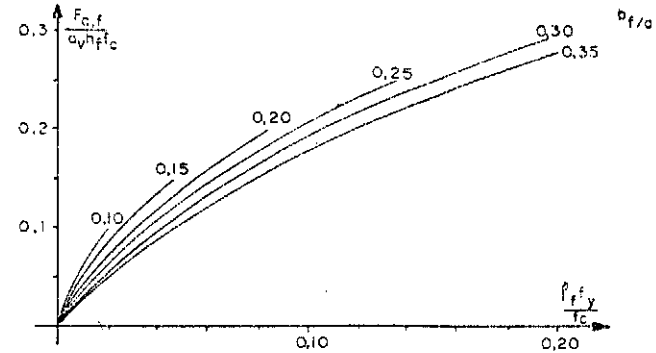
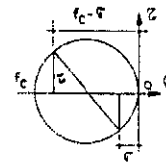
Do círculo de Mohr:

$$\left(\frac{\tau}{f_c}\right)^2 = \frac{\tau}{f_c} \left(1 - \frac{\sigma}{f_c}\right)$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}, \quad k = 1 + \frac{\tau b_f}{a_v (d_f f_y - \sigma)}$$

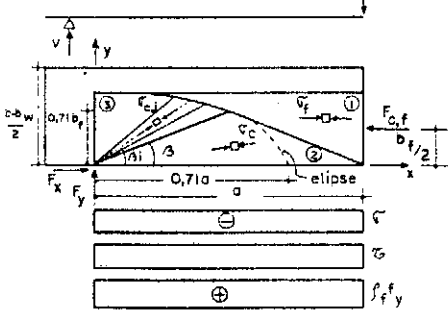
A taxa mínima é a menor raiz de:

$$\left(\frac{d_f f_y}{f_c}\right)^2 - \frac{d_f f_y}{f_c} + \frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} \frac{b_f}{a_v} \sqrt{1 - 4 \left(\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}\right)^2} + \left(\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}\right)^2 = 0$$



DOMINGUES:

1 Campo de tensões uniaxiais



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $a = a_v - \frac{z \cot \theta}{2}$

$$\sigma_f = v f_c, \quad \sigma_f \geq \sigma_c \quad (B \leq 45^\circ), \quad \sigma_c = \sigma_f \frac{1 + \cot^2 \theta}{2 \cot^2 \theta}$$

$$\frac{b_f}{a} = 0,71 \sqrt{\frac{d_f f_y}{v f_c}}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a h_f f_c} = 0,71 \sqrt{v \frac{d_f f_y}{f_c}}$$

$$F_x = F_{c,f} \frac{b_f}{a} \quad \text{e} \quad F_y = 0,29 F_{c,f}$$

$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $a = a_v - \frac{z \cot \theta}{2}$

$$\cot \theta = \frac{a}{b_f}$$

$$\frac{b_f}{a} = \sqrt{\frac{d_f f_y}{f_c} \frac{1}{v - \frac{d_f f_y}{f_c}}}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a h_f f_c} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{d_f f_y}{f_c} \left(v - \frac{d_f f_y}{f_c}\right)}$$

$$\sigma_{f,max} = \frac{4}{3} \frac{F_{c,f}}{b_f h_f} \quad \text{e} \quad \sigma_{f,min} = \frac{2}{3} \frac{F_{c,f}}{b_f h_f}$$

$$F_x = \frac{1}{3} F_{c,f} \quad \text{e} \quad F_y = \frac{2}{3} \frac{b_f}{a} F_{c,f}$$

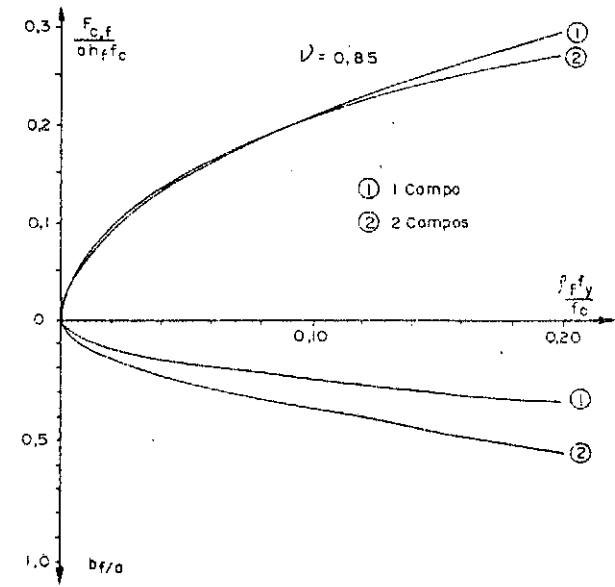
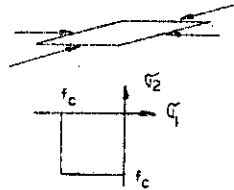


Tabela II.4 - Método de cálculo para armadura variável ao longo do vão

RAZAQPUR - GHALI

$$0,85 \rho_f f_y = \sigma + \tau - 0,1 f_c \quad \text{† } \sigma$$

Se $0,1 f_c$ for maior do que 3 MPa, substitui-se esse valor por 3 MPa.

$$\tau = \frac{V(b - b_w)}{2 b z h_f}$$

onde V é o valor do cortante vertical na seção em estudo.

Para uma carga concentrada, σ :

$$\sigma_s = \frac{F(b - b_w)}{2 b z h_f} \quad \text{e} \quad \sigma_i = \left(1 - \frac{2e}{\ell}\right) \sigma_s$$

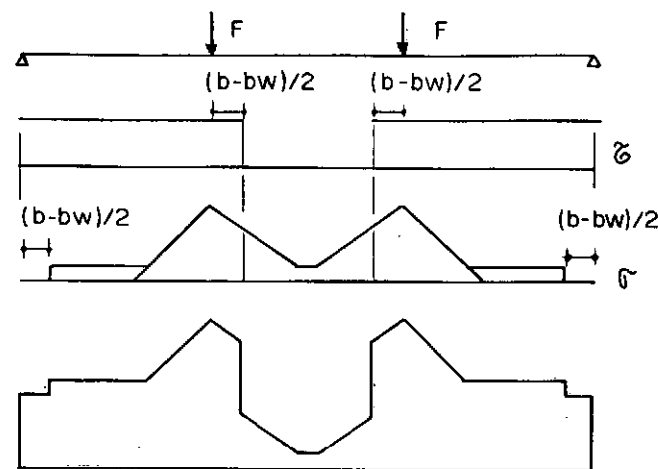
$$s = \frac{e}{2} \left[1 - \frac{\ell}{30(b - b_w)}\right]$$

$$r = s + \frac{3}{2} (b - b_w) \left(1 - \frac{2e}{\ell}\right)$$

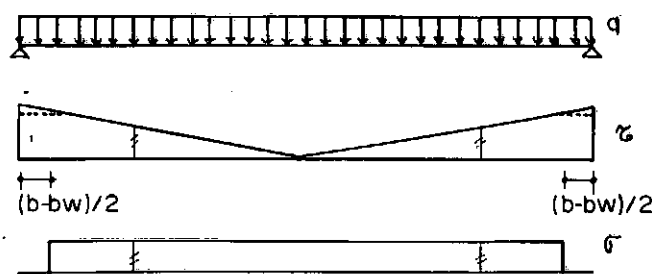
Para carga uniformemente distribuída, σ :

$$\sigma = \frac{0,2 q(b - b_w)^2}{b z h_f}$$

$$z = d - \frac{hf}{2}$$



Distribuição de armadura requerida



Distribuição de armadura requerida

gem, havendo, entretanto, uma tendência a se preferir o método que usa a analogia de treliça, pois com isto a mesa pode ser tratada de maneira análoga à que vem sendo usada para a alma. Para este método existem, no entanto, aspectos que podem ser considerados polêmicos. Entre eles podem ser citados o valor do ângulo das bielas comprimidas e a inclusão ou não de uma parcela corretiva empírica como é feito para a alma.

Os métodos "cinemáticos" propostos por Domingues, um para vigas T ou I e outro para vigas U ou caixão (Tabela II.5), têm as vantagens de representar razoavelmente bem o comportamento global de vigas simplesmente apoiadas que rompem devido ao cortante longitudinal e de levar em conta diferentes tipos de carregamento e de arranjo de armadura transversal na mesa. Eles, entretanto, não constituem métodos de cálculo simples para uso prático. O mecanismo sugerido por Morley e Rajendran, também mostrado na Tabela II.5, além de considerar a mesa isoladamente, não está de acordo com o comportamento que tem sido observado em ensaios.

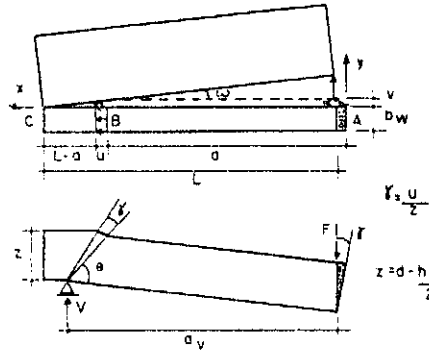
II.2.2. VIGAS CONTÍNUAS

Não são mencionados na literatura ensaios de vigas contínuas para estudar o problema do cortante longitudinal nas mesas.

MORLEY e RAJENDRAN [11] e DOMINGUES [8], que ensaiou uma viga I em escala reduzida que simulava as condições de uma viga contínua, sugerem que os métodos de cálculo existentes para vigas simplesmente apoiadas sejam usados para vigas contínuas, considerando-se separadamente os trechos entre seções de

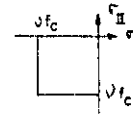
Tabela II.5 - Mecanismos de ruptura - Métodos "cinemáticos"

DOMINGUES - seção T



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $k_s L$ ($k_s = 0$)

$$\bar{F} = \frac{F}{b_w z f_c}, \bar{u} = \frac{u}{a_v}, \bar{v} = \frac{v}{a_v}, \bar{a} = \frac{a}{a_v}, \bar{z} = \frac{L}{a_v}$$



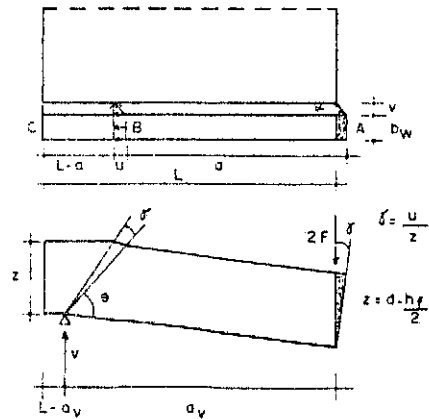
$$\bar{F} = \frac{v}{2} \frac{h_f}{b_w} \frac{1}{\bar{u}} \left[\bar{a}^2 - 2 \bar{a} \bar{z} + \bar{z} \sqrt{\bar{z}^2 + \bar{u}^2} - (\bar{z} - \bar{a}) \sqrt{(\bar{z} - \bar{a})^2 + \bar{u}^2} + \bar{u}^2 \left(\sinh^{-1} \frac{\bar{z}}{\bar{u}} - \sinh^{-1} \frac{(\bar{z} - \bar{a})}{\bar{u}} \right) \right] + \frac{\rho_f f_y}{f_c} \frac{h_f}{b_w} \frac{\bar{z}^2}{\bar{u}} (2 k_s - k_s^2) + \frac{v}{2} \frac{z}{a_v} + \frac{1}{2} \frac{\rho_w f_y}{f_c} \frac{(1 - \bar{a})^2}{z/a_v}$$

\bar{F} é mínimo para o par \bar{u} e \bar{a} que satisfaz o sistema:

$$\begin{cases} v \left[\bar{a}^2 - 2 \bar{a} \bar{z} + \bar{z} \sqrt{\bar{z}^2 + \bar{u}^2} - (\bar{z} - \bar{a}) \sqrt{(\bar{z} - \bar{a})^2 + \bar{u}^2} + \bar{u}^2 \left(\sinh^{-1} \frac{\bar{z}}{\bar{u}} - \sinh^{-1} \frac{(\bar{z} - \bar{a})}{\bar{u}} \right) \right] + 2 \frac{\rho_f f_y}{f_c} \frac{h_f}{b_w} \frac{\bar{z}^2}{\bar{u}} (2 k_s - k_s^2) = 0 \\ v \left[-(\bar{z} - \bar{a}) + \sqrt{(\bar{z} - \bar{a})^2 + \bar{u}^2} \right] - \frac{\rho_w f_y}{f_c} \frac{(1 - \bar{a})}{z/a_v} - \frac{b_w}{h_f} \bar{u} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} = \frac{1}{2} \left(\bar{F} - \frac{v}{2} \frac{z}{a_v} \right) \frac{b_w}{h_f}$$

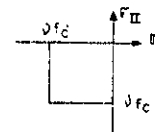
DOMINGUES - seção canal ou caixa



$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em L

\bar{F} é a carga sobre uma alma

$$\bar{F} = \frac{F}{b_w z f_c}, \bar{v} = \frac{v}{u}, \bar{a} = \frac{a}{a_v}, \bar{z} = \frac{L}{a_v}$$



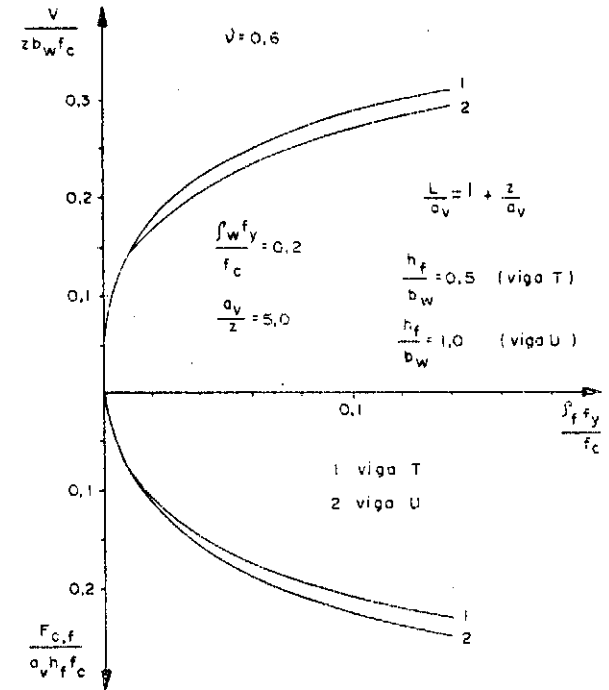
Os trabalhos internos são considerados em uma ligação e uma alma

$$\bar{F} = \frac{v}{2} \frac{h_f}{b_w} \bar{a} \left[\sqrt{\bar{v}^2 + 1} - \bar{v} \right] + \frac{v}{2} \frac{z}{a_v} + \frac{\rho_f f_y}{f_c} \frac{h_f}{b_w} \bar{z} \bar{v} + \frac{1}{2} \frac{\rho_w f_y}{f_c} \frac{(1 - \bar{a})^2}{z/a_v}$$

\bar{F} é mínimo para o par \bar{v} e \bar{a} que satisfaz o sistema:

$$\begin{cases} \frac{v}{2} \bar{a} \left[\frac{\bar{v}}{\sqrt{\bar{v}^2 + 1}} - 1 \right] + \frac{\rho_f f_y}{f_c} \bar{z} = 0 \\ (1 - \bar{a}) \frac{\rho_w f_y}{f_c} - \frac{v}{2} \frac{h_f}{b_w} \frac{z}{a_v} \left[\sqrt{\bar{v}^2 + 1} - \bar{v} \right] = 0 \end{cases}$$

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} = \left(\bar{F} - \frac{v}{2} \frac{z}{a_v} \right) \frac{b_w}{h_f}$$

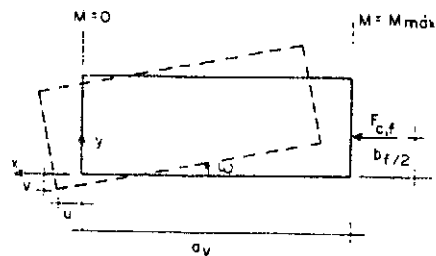


$A_{s,f}$ uniformemente distribuída em L
cargas concentradas

Tabela II.5 - Mecanismos de ruptura - Métodos "cinemáticos" (continuação)

 $A_{s,f}$ uniformemente distribuída em k_s a y

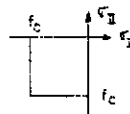
MORLEY - RAJENDRAN



$$k_s = 1 \quad \text{para } v \geq 0 \quad (\text{aba estreita})$$

$$k_s = 1 + \frac{v}{\omega a_v} \quad \text{para } v \leq 0 \quad (\text{aba larga})$$

$$\bar{F} = \frac{F_c \cdot f}{a_y h_f \bar{r}_c}, \quad \bar{u} = \frac{u}{\omega a_y}, \quad \bar{v} = \frac{v}{\omega a_y}$$

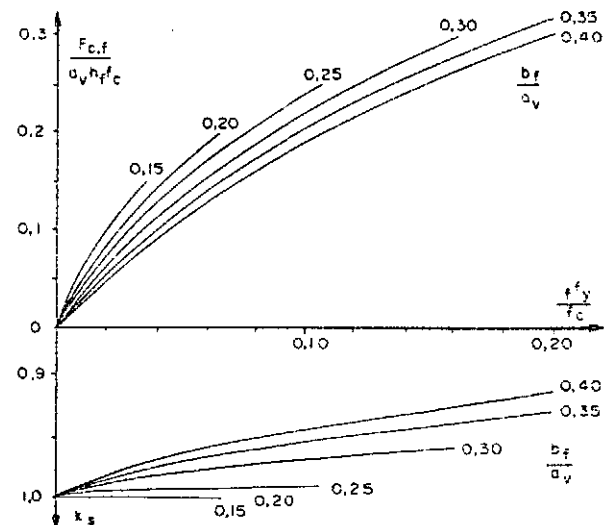


Para $v \leq 0$:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{F} &= \frac{\bar{u}}{2} \left[\sinh^{-1} \frac{-\bar{v}}{\bar{u}} + \sinh^{-1} \frac{1 + \bar{v}}{\bar{u}} \right] \\ 2 \frac{\rho_f f_y}{f_c} (1 + 2 \bar{v}) &= 1 - \sqrt{u^2 + (1 + \bar{v})^2} + \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \\ 2 \bar{F} \frac{b_f}{a_v} &= 2 \frac{\rho_f f_y}{f_c} [1 + 2 \bar{v} + 2 \bar{v}^2] - 1 - 2 \bar{v} - \bar{v} \sqrt{u^2 + \bar{v}^2} + \\ &\quad + (1 + \bar{v}) \sqrt{\bar{u}^2 + (1 + \bar{v})^2} + \bar{u}^2 \left[\sinh^{-1} \frac{\bar{v}}{\bar{u}} - \sinh^{-1} \frac{1 + \bar{v}}{\bar{u}} \right] \end{aligned} \right.$$

Para $v \geq 0$:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{F} &= \frac{\bar{u}}{2} \left[\sinh^{-1} \frac{-\bar{v}}{\bar{u}} + \sinh^{-1} \frac{1+\bar{v}}{\bar{u}} \right] \\ 2 \frac{\rho_f f_y}{f_c} &= 1 - \sqrt{\bar{u}^2 + (1+\bar{v})^2} + \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \\ 2 \bar{F} \frac{b_f}{a_v} &= 2 \frac{\rho_f f_y}{f_c} [1 + 2\bar{v}] - 1 - 2\bar{v} - \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} + \\ &\quad + (1+\bar{v}) \sqrt{\bar{u}^2 + (1+\bar{v})^2} + \bar{u}^2 \left[\sinh^{-1} \frac{\bar{v}}{\bar{u}} - \sinh^{-1} \frac{1+\bar{v}}{\bar{u}} \right] \end{aligned} \right.$$



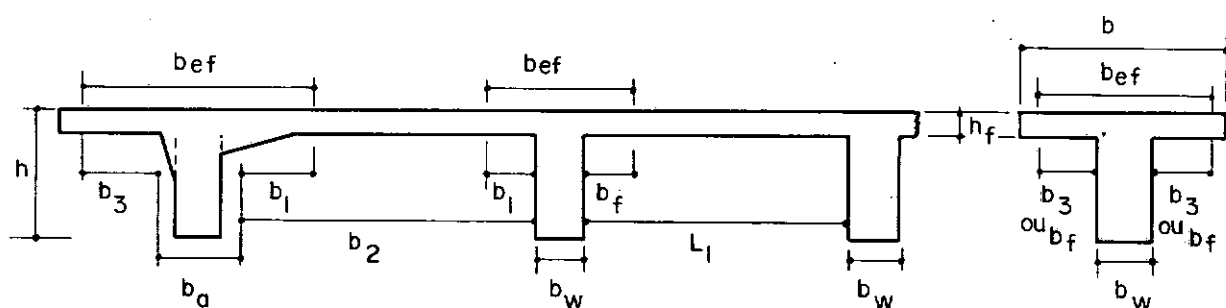
momentos máximos (ou mínimos) e seções de momento nulo.

De acordo com Razaqpur e Ghali, o método de cálculo sugerido por eles para vigas simplesmente apoiadas pode ser usado para vigas contínuas, considerando-se as reações dos apoios intermediários como cargas aplicadas para efeito do cálculo de σ .

II.3. RECOMENDAÇÕES DE NORMAS

Os aspectos relacionados com o dimensionamento das ligações mesa-alma abordados pelas normas de cálculo de estruturas de concreto são os seguintes: largura efetiva da mesa, espessura mínima da mesa e armadura na ligação mesa-alma. Uma exemplificação dessa abordagem será aqui feita considerando-se as normas NBR-6118 [1], CEB-FIP [5], BS-8110 [4], ACI-318 [2] e DIN-1045 [7].

Quanto à largura efetiva da mesa, todas as normas fazem limitações baseadas em análises usando a Teoria da Elasticidade.



L_1 - distância livre entre nervuras

L_0 - distância entre os pontos de momento nulo

b_2 - distância fictícia entre faces de nervuras sucessivas

b_a - largura fictícia da nervura, obtida aumentando-se a largura real (b_w) para cada lado de valor igual ao do menor cateto do triângulo da mísula correspondente

b_{ef} - largura efetiva da mesa

b_f - largura efetiva de uma aba

b - largura da mesa

h_f - espessura da mesa

h - altura total da viga T

Fig. II.1 - Nomenclatura específica

A seção 3.2.2.2 da NBR, limita b_1 e b_3 , que são partes integrantes de b_{ef} , conforme se trate de trecho de laje considerado como mesa de viga T ou viga T isolada (Figura II.1):

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,10 L_0 \\ 8 h_f \\ 0,5 b_2 \end{cases} \quad e \quad b_3 \leq \begin{cases} 0,10 L_0 \\ 6 h_f \end{cases}$$

onde

$$L_0 = \begin{cases} \ell & - \text{viga simplesmente apoiada} \\ \frac{3}{4} \ell & - \text{tramo com momento em uma só extremidade} \\ \frac{3}{5} \ell & - \text{tramo com momentos nas duas extremidades} \\ \ell & - \text{viga em balanço} \end{cases}$$

Na seção 8.6 do Código Modelo do CEB-FIP e na seção 3.3.12 da BS-8110 é indicado para viga T isolada

$$b_f \leq \begin{cases} \frac{1}{10} L_0 & (\text{vigas intermediárias}) \\ \frac{1}{20} L_0 & (\text{vigas extremas}) \end{cases}$$

A ACI, para trecho de laje considerado como mesa de viga T (seção 8.10.2), recomenda

$$b_f \leq \begin{cases} \frac{\ell - 4 b_w}{8} \\ 8 h_f \\ \frac{1}{2} L_1 \end{cases}$$

enquanto que, para viga T isolada com mesa comprimida, estipula

$$b_f \leq 1,5 b_w$$

A seção 15.3 da DIN-1045 propõe que a largura efetiva, tanto para trechos de laje como para mesa de viga isolada, seja determinada de acordo com a teoria da elasticidade, mas, pela DIN-4224 [10], pode-se, aproximadamente, considerar

$$b_f \leq \frac{L_0 - 3 b_w}{6}$$

Com relação à espessura mínima da mesa, apenas a ACI e a DIN-1045 especificam-na para vigas T isoladas. De acordo com a seção 8.10.4 da ACI-318, para a mesa comprimida de uma viga T deve-se ter

$$h_f \geq 0,5 b_w$$

e conforme a seção 21.1.1 da DIN-1045 a espessura mínima da mesa deve ser de pelo menos 70 mm. Esta mesma seção torna válidas para vigas T as espessuras mínimas de laje da seção 20.1.3 desde que superiores a 70 mm.

Para o caso de lajes nervuradas tem-se:

$$h_f \geq \begin{cases} 40 \text{ mm} \\ \frac{1}{15} L_1 \end{cases} \quad (\text{seção 6.1.1.3 da NBR})$$

$$h_f \geq \begin{cases} 30 \text{ mm} & (\text{se } L_1 \leq 500 \text{ mm}) \\ 50 \text{ mm} & \\ \frac{1}{10} L_1 & \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(seção 18.1.3.1 do CEB-FIP e} \\ \text{seção 3.7.1.2 da BS-8110)} \end{array}$$

$$h_f \geq \begin{cases} 50 \text{ mm} \\ \frac{1}{10} L_1 \end{cases} \quad \text{(seção 21.2.2.1 da DIN-1045)}$$

O esforço cortante longitudinal nas ligações mesa-alma é abordado pelas normas de diferentes maneiras. O que é comum a todas as normas é a obrigatoriedade de pelo menos uma armadura mínima na ligação. O CEB-FIP e a DIN-1045 tratam o cortante longitudinal na mesa de maneira semelhante à usada para o cortante vertical na alma, usando a analogia de treliça. Pela ACI, o cortante longitudinal nas ligações mesa-alma é um caso de transferência de cortante num plano. A NBR e a BS-8110 se limitam a prescrever uma quantidade mínima de armadura para as ligações mesa-alma.

Segundo o Código Modelo CEB-FIP, deve-se ter

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f} \leq \begin{cases} 0,2 f_{cd} & \text{(seção 11.3)} \\ \rho_f f_{yd} + 0,13 \frac{f_{ck}^{2/3}}{\gamma_c}, \gamma_c = 1,5 \end{cases}$$

$$\rho_f \geq \rho_{f,min} \quad \text{(seção 18.1.1.3)}$$

(f_{cd} e f_{yd} em MPa)

Tabela II.6 - Valores recomendados pelo CEB-FIP para $\rho_{f,min}$, conforme as resistências do concreto e do aço

		$\rho_{f,min}$		
f_y (N/mm ²)	f_c (N/mm ²)	220	400	500
12 a 20		0,0016	0,0009	0,0007
25 a 35		0,0024	0,0013	0,0011
40 a 50		0,0030	0,0016	0,0013

Para mesas com flexão transversal, é indicado que a armadura de flexão pode ser considerada como parte da armadura de cortante. É sugerido que a armadura seja toda posicionada na face onde a flexão causa tração, se a flexão for dominante, e igualmente distribuída entre as duas faces da mesa se o cortante predominar (seção 11.3.4).

De acordo com recomendações da FIP [9], entretanto,

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f} \leq \begin{cases} 0,3 f_{cd} \\ 1,67 \rho_f f_{yd} \end{cases}$$

$$\rho_{f,min} = 0,0015$$

Segundo a DIN-1045 (seção 18.8.5),

$$\tau = \frac{\rho_f f_y}{1,75}$$

onde

$$\tau = 0,4 \frac{F_{c,f}}{a_v h_f}, \quad \text{se} \quad \frac{F_{c,f}}{a_v h_f} \leq \tau_{12}$$

e

$$\tau = \frac{\left(\frac{F_{c,f}}{a_v h_f}\right)^2}{\tau_2} \geq 0,4 \frac{F_{c,f}}{a_v h_f},$$

$$\text{se } \tau_{12} < \frac{F_{c,f}}{a_v h_f} \leq \tau_2, \quad \tau \leq \tau_2$$

sendo τ_{12} e τ_2 dados pela Tabela II.7 abaixo.

Tabela II.7 - Valores de τ_{12} e τ_2 para diferentes resistências do concreto

f_c (N/mm ²)					
	12	20	28	36	44
τ_{12}	0,50	0,75	1,00	1,10	1,25
τ_2	1,20	1,80	2,40	2,7	3,0

Quando há só cortante na ligação mesa-alma, a armadura calculada é para ser igualmente dividida entre as faces externa e interna da mesa. Se há também momento transversal, é suficiente adicionar metade da armadura de cortante calculada à de flexão, na face onde esta está posicionada.

Para vigas intermediárias de prédios comuns (carga menor que 5 kN/m²), não há necessidade de haver verificação, desde que a armadura transversal da mesa seja pelo menos igual à metade da armadura de cortante da alma.

O espaçamento máximo entre as barras da armadura é também fixado e varia entre cerca de 200 a 300 mm, dependendo da tensão cisalhante máxima na alma.

A seção 11.7 da ACI trata do problema da transferência de cortante num plano onde já existe uma fissura ou há uma fissura em potencial. Segundo esta seção,

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f} \leq \begin{cases} \mu \rho_f f_y \\ 0,2 f_c \\ 5,5 \text{ MPa} \end{cases} \quad \begin{aligned} f_y &\leq 413 \text{ MPa} \\ s_f &\leq \begin{cases} 5 h_f \\ 457 \text{ mm} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mu = \begin{cases} 1,4\lambda & \text{- quando o concreto é colocado de uma só vez} \\ 1,0\lambda & \text{- quando o concreto é colocado sobre uma cama} \\ & \text{da já endurecida e previamente preparada} \\ 0,6\lambda & \text{- quando o concreto é colocado sobre uma cama} \\ & \text{da já endurecida sem nenhum preparo} \\ 0,7\lambda & \text{- quando o concreto é colocado sobre aço, no} \\ & \text{caso de estruturas mistas} \end{cases}$$

onde

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{para concreto comum} \\ 0,85 & \text{para concreto leve} \end{cases}$$

Em havendo tração no plano, armadura transversal adicional deverá ser usada e, em havendo compressão, a armadura de cortante poderá ser diminuída.

Finalmente, a NBR (seção 6.3.1.2) e a BS-8110 (seção 3.11.4.2) especificam somente uma taxa mínima de armadura transversal na mesa:

$$\rho_{f,min} = \frac{0,15}{h_f} , \quad (h_f \text{ em mm})$$

e

$$\rho_{f,min} = 0,3\% , \quad \text{respectivamente}$$

II.4. CONSIDERAÇÕES SOBRE A INTERAÇÃO CORTANTE LONGITUDINAL - - MOMENTO FLETOR TRANSVERSAL

Não foi objeto de estudo neste trabalho a interação cortante longitudinal-momento fletor transversal nas ligações mesa-alma. Entretanto, na prática, como existem também cargas sobre as abas das mesas, as ligações estão sujeitas a cortante vertical e momento fletor transversal, além de cortante longitudinal. Em vista disto, serão aqui feitos alguns comentários sobre esta condição de esforços nas ligações mesa-alma, sobre a qual existem apenas dois limitados estudos mencionados na literatura [8,15].

De cinco vigas ensaiadas para estudar este assunto, duas tiveram como causa principal da ruptura o cortante vertical na mesa, uma a flexão transversal e duas a flexão longitudinal. Apesar dessas rupturas por cortante vertical, onde este parecia não ser problema, nenhum estudo para verificação deste aspecto foi feito. Para o caso de interação cortante longitudinal-flexão transversal existem algumas propostas de análise.

Uma adaptação do método aproximado de Regan mencionado na seção II.2.1 leva a gráficos de interação do tipo visto na Figura II.2. Neste método é considerado que toda a armadura

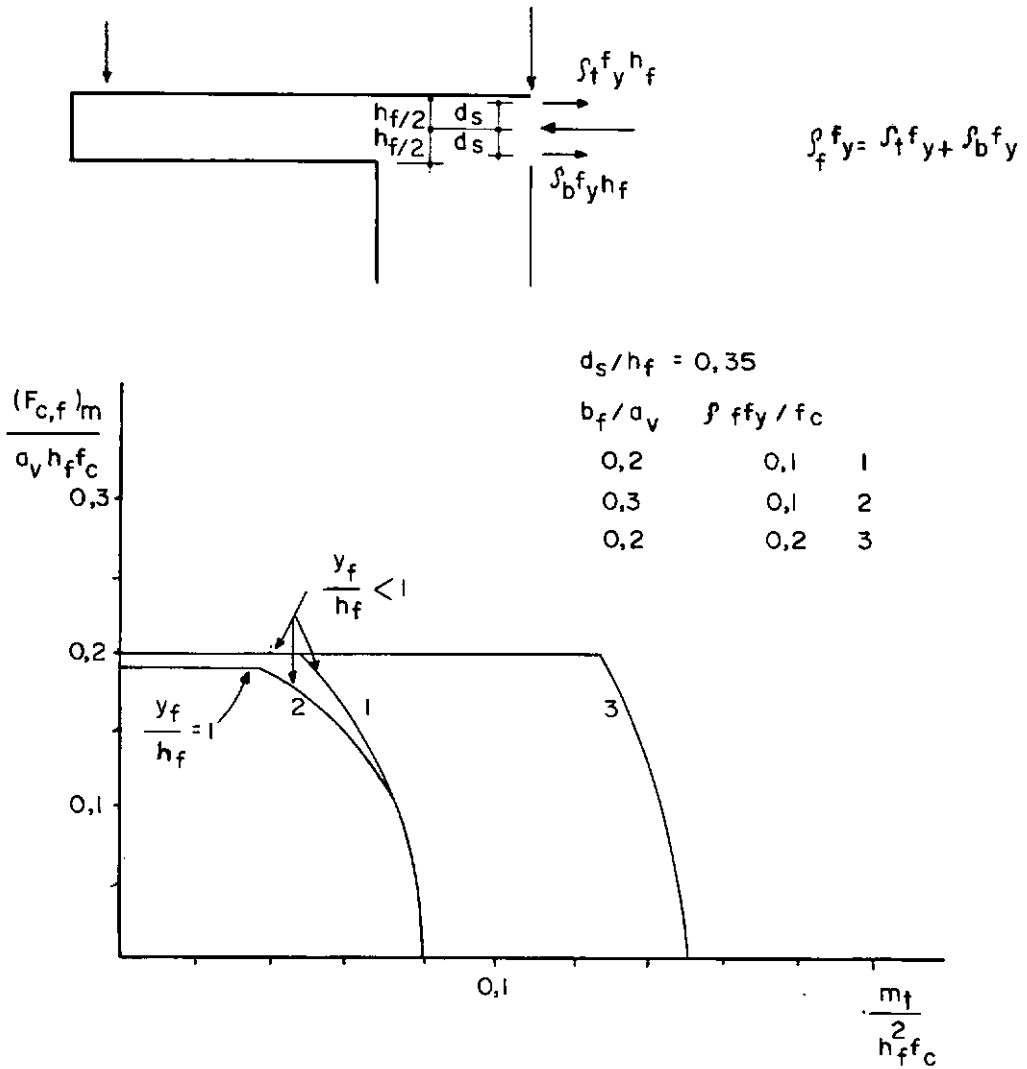


Figura II.3 - Interação cortante-flexão segundo o método simplificado de Morley-Rajendran

CAPÍTULO III

TRABALHO EXPERIMENTAL

III.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MODELOS

Foram ensaiadas cinco vigas T de concreto armado. Nestas vigas o único parâmetro variável foi a taxa da armadura transversal da mesa, e o carregamento consistiu de duas cargas concentradas aplicadas simetricamente sobre a alma.

As características geométricas das vigas e os detalhes das armaduras são dados nas Figuras III.1 e III.2, respectivamente.

Foi verificado que algumas dimensões das vigas não corresponderam às nominais indicadas na Figura III.1. Os valores reais dessas dimensões, que foram utilizados nos cálculos deste trabalho, são vistos na Tabela III.1.

As taxas geométricas de armadura longitudinal e transversal das almas de todas as vigas foram 4,6% e 1,1%, respectivamente.

Na Tabela III.2 são apresentadas as taxas geométricas das armaduras transversais das mesas das vigas.

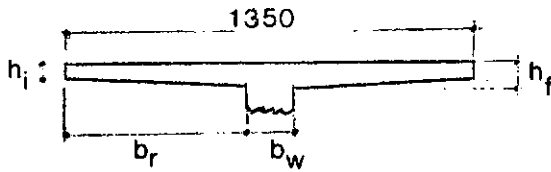


Tabela III.1 - Dimensões reais das vigas

Viga	b_r (mm)	b_w (mm)	h_i (mm)	h_f (mm)
T1	595	160	55	75
T2	595	160	55	70
T3	600	150	50	75
T4	600	150	50	70
T5	600	150	50	70

Tabela III.2 - Taxas geométricas das armaduras das mesas

Viga	ρ_f (%)
T1	0,19
T2	0,30
T3	0,56
T4	0,40
T5	0,30

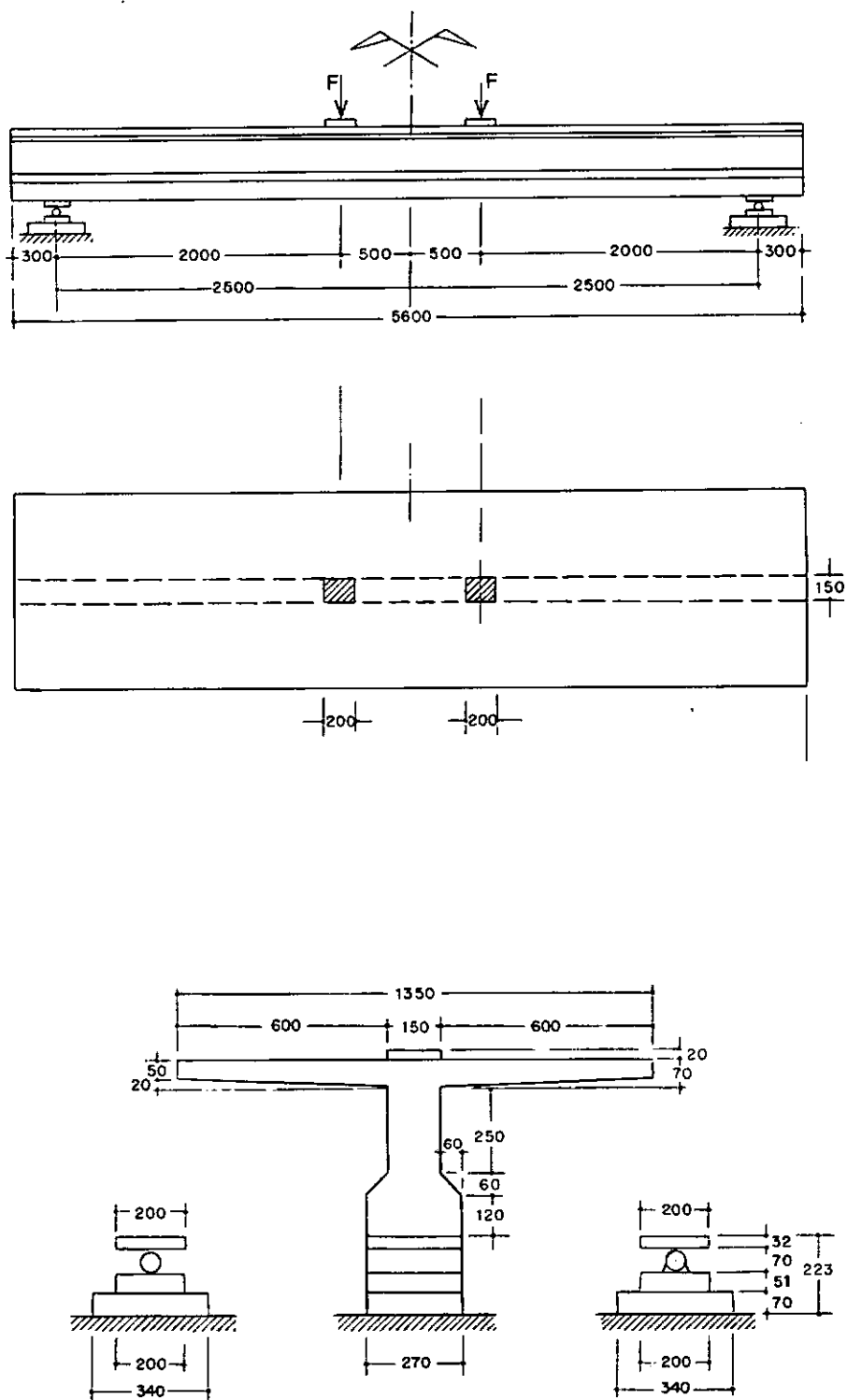
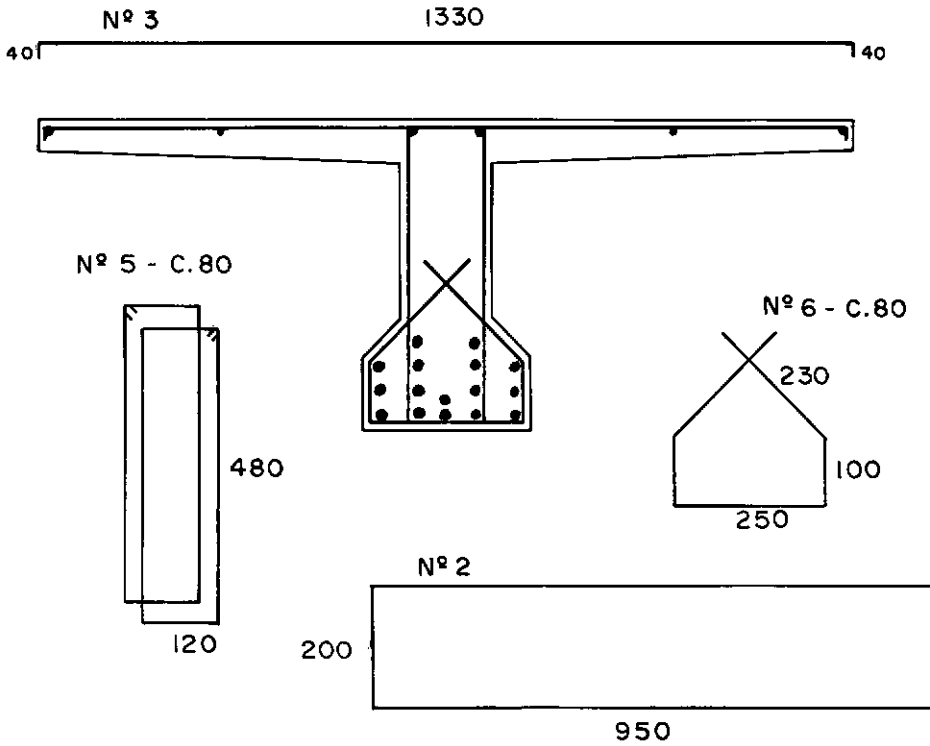


Figura III.1 - Dimensões nominais das vigas ensaiadas -
dimensões em mm

Nº 1 e Nº 4



Em cada Viga:

Nº	Ø (mm)	Quantidade	Comprimento (mm)
1	16,0	16	5500
2	12,5	4	2100
3	8,0 (T5)	23	1400
	6,4 (demais vigas)	Variável	1400
4	6,4	6	5500
5	6,4	2x71	1250
6	6,4	71	900

Feros Nº 3:

Viga	S _f (mm)	Quantidade
T1	240	23
T2	160	35
T3	80	71
T4	120	47
T5	240	23

Obs. :- O ferro nº2 foi adicionado nas extremidades para melhorar as condições de ancoragem da armadura principal.
 - O cobrimento na mesa foi de 10mm para todas as vigas.
 - A altura útil (d) foi de 430mm.

Figura III.2 - Armaduras das vigas ensaiadas

III.2. CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

III.2.1. CONCRETO

O traço em peso utilizado foi 1:2:3,8 (cimento portland CP320 : areia : brita com diâmetro máximo de 19 mm) e o fator água/cimento foi de 0,6.

Para cada viga foram preparadas dez betonadas, tendo sido moldados dois ou três cilindros (150 mm de diâmetro e 300 mm de altura) por betonada. As vigas foram concretadas com a mesa para cima e tanto as vigas como os cilindros foram adensados usando-se vibrador de imersão. As vigas foram mantidas cobertas com sacos de linhagem molhados e plástico por uma semana, sendo depois desformadas e mantidas em condições-ambiente, enquanto que os cilindros foram desformados com um dia, mantidos em água por sete dias e sô depois deixados em condições-ambiente.

Os ensaios de compressão (dez a quatorze) e de compressão diametral (cinco) dos cilindros foram realizados nos dias dos ensaios das vigas.

Os valores médios dos resultados são mostrados na Tabela III.3.

Na Figura III.3 são vistos os diagramas tensão-deformação típicos obtidos nos ensaios à compressão dos cilindros. Para a medição das deformações foi utilizado o aparelho COPPE, NAGATO [12], com base de medida de 100 mm. O módulo de deformação longitudinal (E_c) considerado foi o tangente na origem.

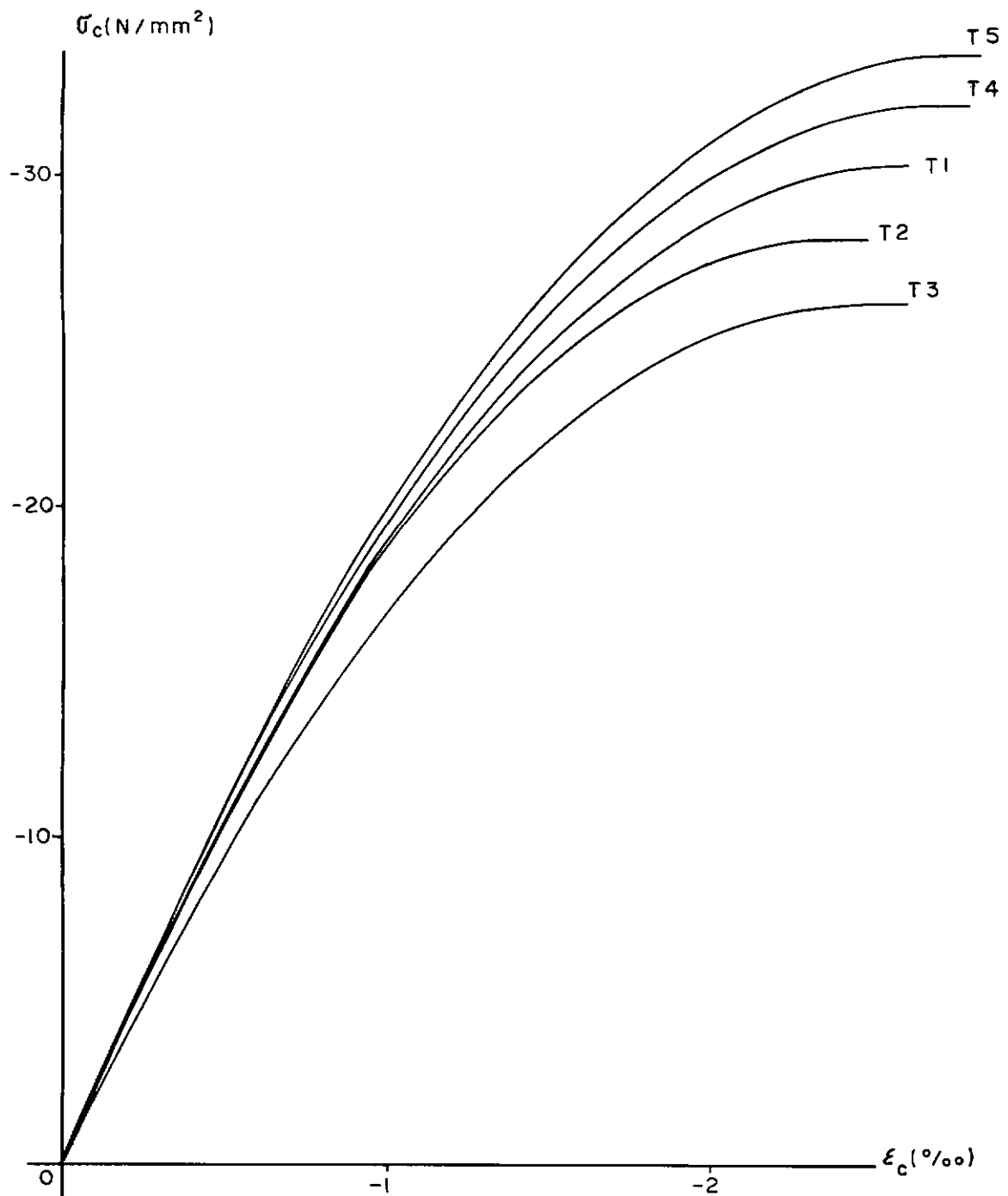


Figura III.3 - Diagramas tensão-deformação dos concretos

Tabela III.3 - Características dos concretos

Viga	Idade (dias)	f_c (N/mm ²)	δ (%)	E_c (N/mm ²)	f_{ct} (N/mm ²)	δ (%)
T1	33	31,3	6	23 500	3,1	15
T2	36	30,8	7	23 900	2,9	7
T3	28	27,5	12	21 300	2,8	8
T4	28	32,8	10	24 000	3,3	10
T5	48	35,8	6	24 400	3,1	7

III.2.2. AÇOS

Para a caracterização dos aços utilizados foram ensaiadas à tração, para cada tipo, cinco amostras.

Na Tabela III.4 são vistos os valores médios dos diâmetros efetivos (obtidos a partir das massas das amostras e da massa específica do aço), das tensões e deformações correspondentes ao limite de proporcionalidade, e das tensões convencionais de escoamento. Nessa tabela são também dadas as deformações que, nos diagramas tensão-deformação simplificados, correspondem ao escoamento do aço. Neste trabalho, essas deformações são usadas para definir o início do escoamento dos aços.

A Figura III.4 mostra os diagramas tensão-deformação reais e simplificados de todos os aços usados. Durante os ensaios dos aços, as deformações foram medidas com extensômetro mecânico de 100 mm de base de medida.

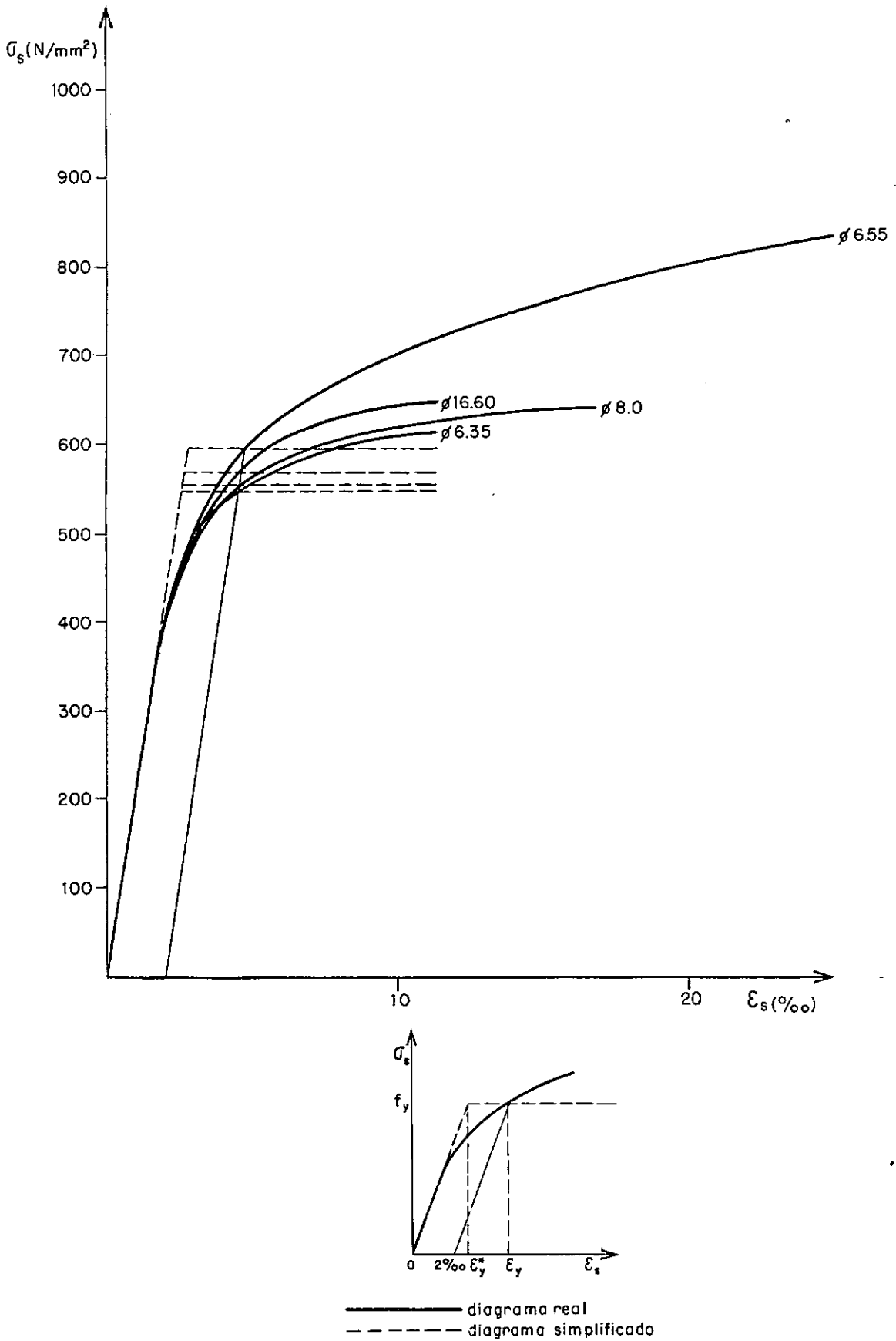


Figura III.4 - Diagramas tensão x deformação dos aços

Tabela III.4 - Características dos aços

ϕ (mm)	ϕ_e (mm)	σ_p (N/mm ²)	ϵ_p (%)	f_y (N/mm ²)	ϵ_y (%)	ϵ_y^* (%)
6,4	6,35	318	1,50	550	4,60	2,60
	6,55	297	1,42	605	4,90	2,90
8,0	8,00	317	1,45	555	4,70	2,70
16,00	16,60	300	1,51	570	4,80	2,80

III.3. PROCEDIMENTO DE ENSAIO

As cargas concentradas sobre as almas das vigas foram aplicadas através de dois macacos hidráulicos com capacidade de carga de 500kN, com controle de deslocamentos feito por um sistema de ensaios de estruturas MTS. O aspecto do sistema de carregamento usado pode ser visto na Figura III.5.

O carregamento foi feito em etapas sucessivas, com acréscimos de carga de 50 kN em cada macaco, até que houve fissuração das ligações mesa-alma. A partir daí, em cada etapa, foram dados acréscimos de 25 kN por macaco. Apenas na viga T1 os acréscimos de carga em todas as etapas foram de 25 kN.

Em todas as etapas de carregamento, que duraram de dez a quinze minutos, foram marcadas fissuras e foram feitas medições de flechas, deformações no concreto e no aço e de aberturas de fissuras.

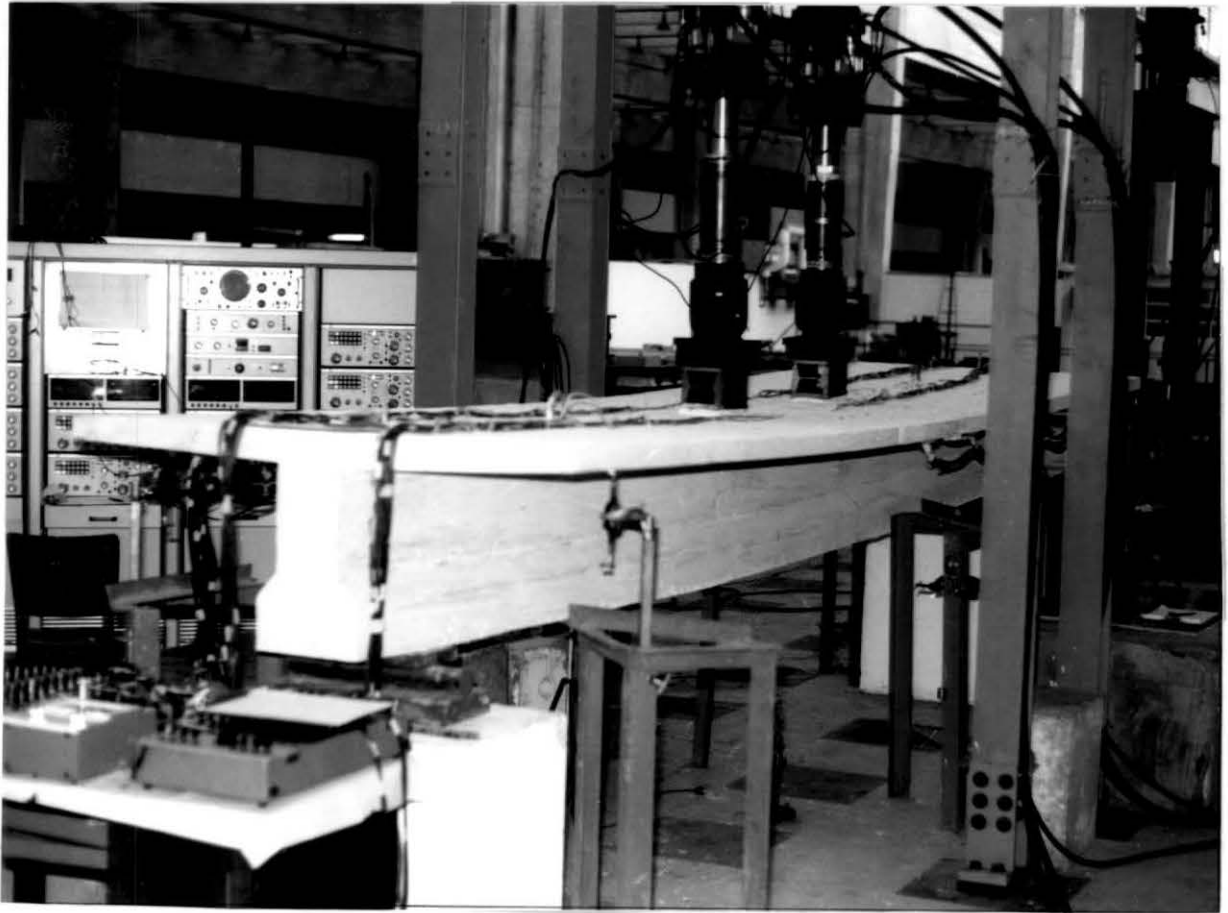


Figura III.5 - Aspecto do sistema de carregamento

Foram medidas deformações longitudinais no concreto em diferentes seções transversais, ao longo das larguras das mesas, nas faces superiores e inferiores. O número de seções transversais foi quatro (vigas T2, T4 e T5), seis (T1) ou oito (T3). Para as medições nas faces superiores foi usado extensômetro mecânico removível com base de medida de 100 mm e sensibilidade de 1×10^{-6} . Para as medições nas faces inferiores foram usados extensômetros elétricos de resistência com base de medida de 30 mm, nas vigas T1 e T2, ou de 70 mm, nas demais, e indicadores com sensibilidade de 1×10^{-6} ou de 10×10^{-6} .

Na viga T4, nos pontos onde foram medidas deformações longitudinais no concreto, foram também medidas deformações nas direções a 45° e 90° com o eixo da viga.

As localizações dos pontos onde foram feitas medições de deformações no concreto estão indicadas nas Figuras III.6a-e.

Através de dois extensômetros elétricos de resistência, um colado na face superior e outro na face inferior, foram medidas as deformações em todas as barras que constituíram a armadura transversal das mesas, nas seções a 25 mm das ligações mesa-alma (Figuras III.6a-e).

Com exceção da viga T1, uma das barras das armaduras de flexão das vigas foi instrumentada com dois extensômetros elétricos de resistência, na seção correspondente ao meio do vão.

As flechas no meio do vão e nos apoios foram medidas, usando-se defletômetros com sensibilidade de 0,05 mm, como mostra a Figura III.7.

A abertura das fissuras, da mesa e da alma, foi medida com um fissorômetro de sensibilidade de 0,05 mm.

III.4. RESULTADOS DOS ENSAIOS

Na Tabela III.5 estão as taxas geométrica e mecânica da armadura transversal da mesa e as cargas correspondentes ao aparecimento das primeiras fissuras na ligação mesa-alma (F_r) e à ruptura (F_u) de cada viga ensaiada, assim como a causa principal da ruptura apresentada.

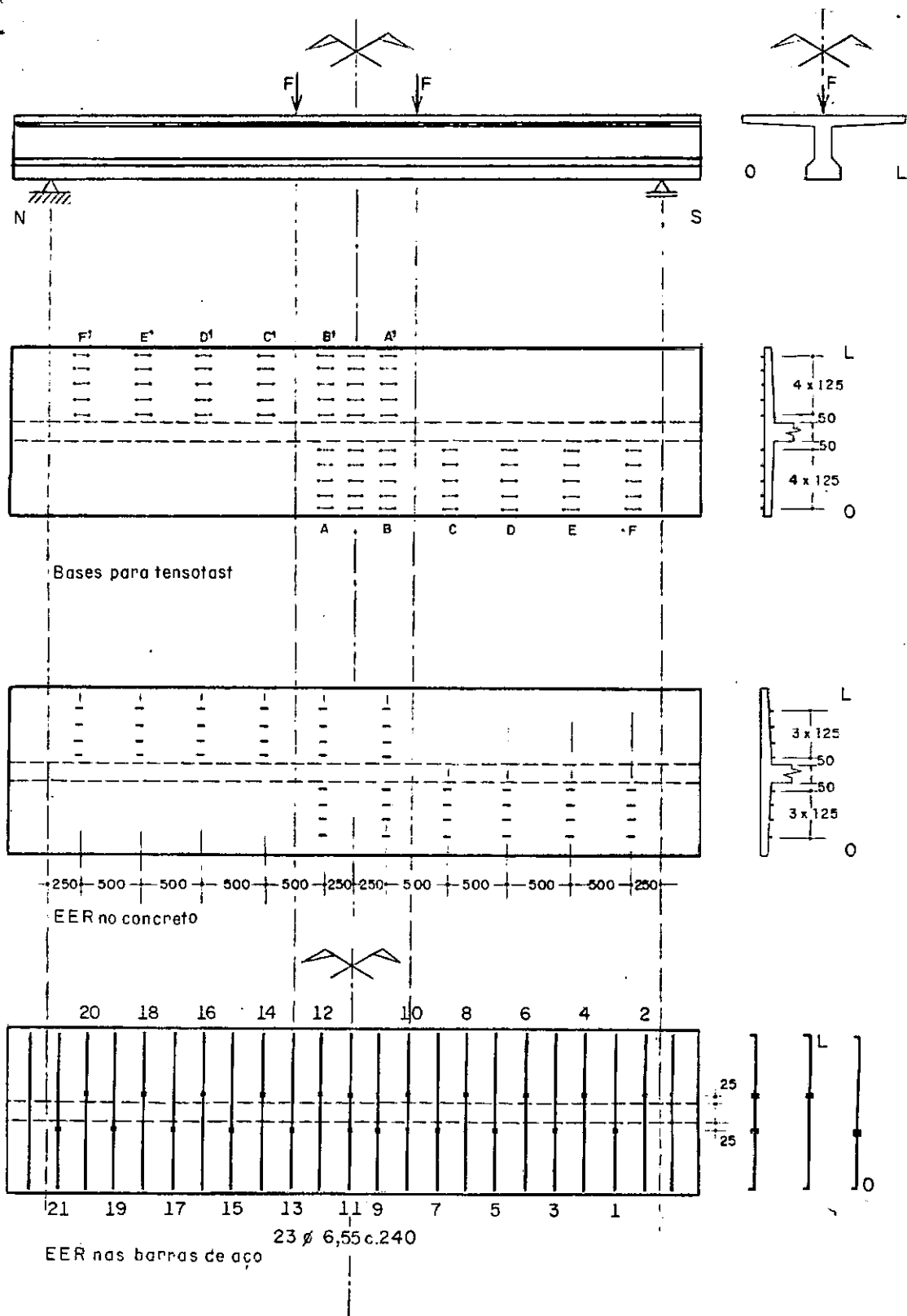


Figura III.6.a - Instrumentação da viga T1 - (cotas em mm)

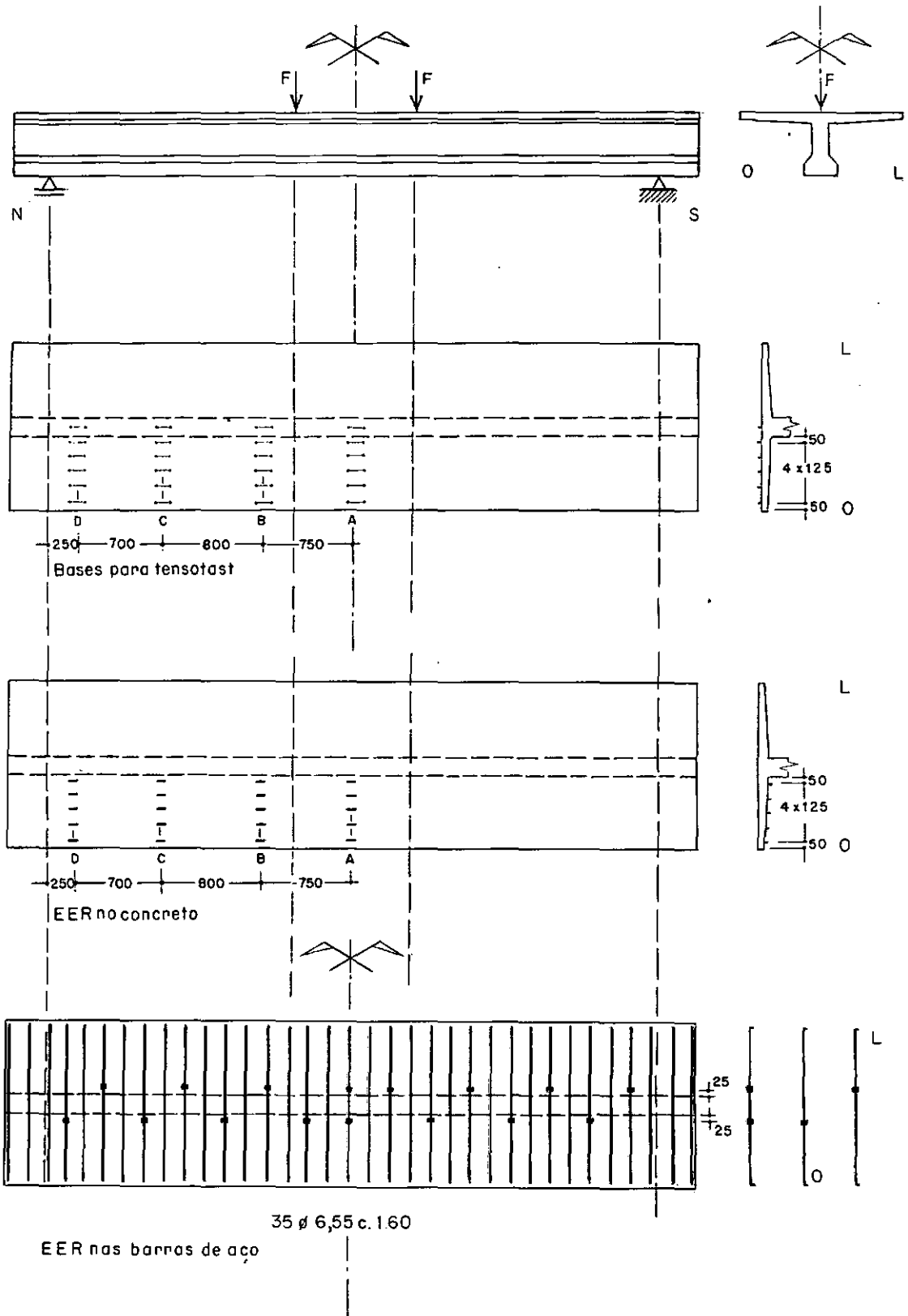


Figura III.6.b - Instrumentação da viga T2 - (cotas em mm)

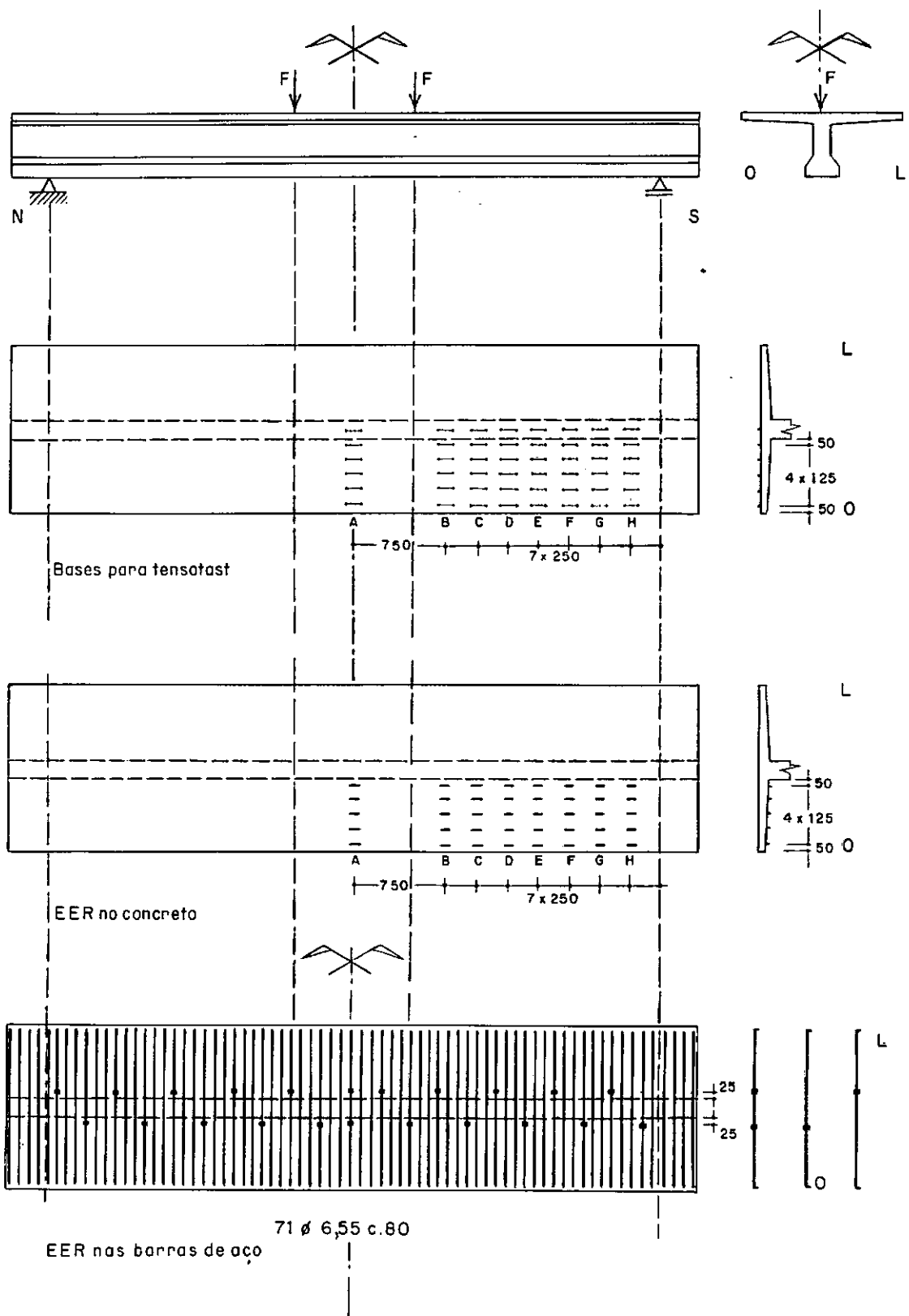


Figura III.6.c - Instrumentação da viga T3 - (cotas em mm)

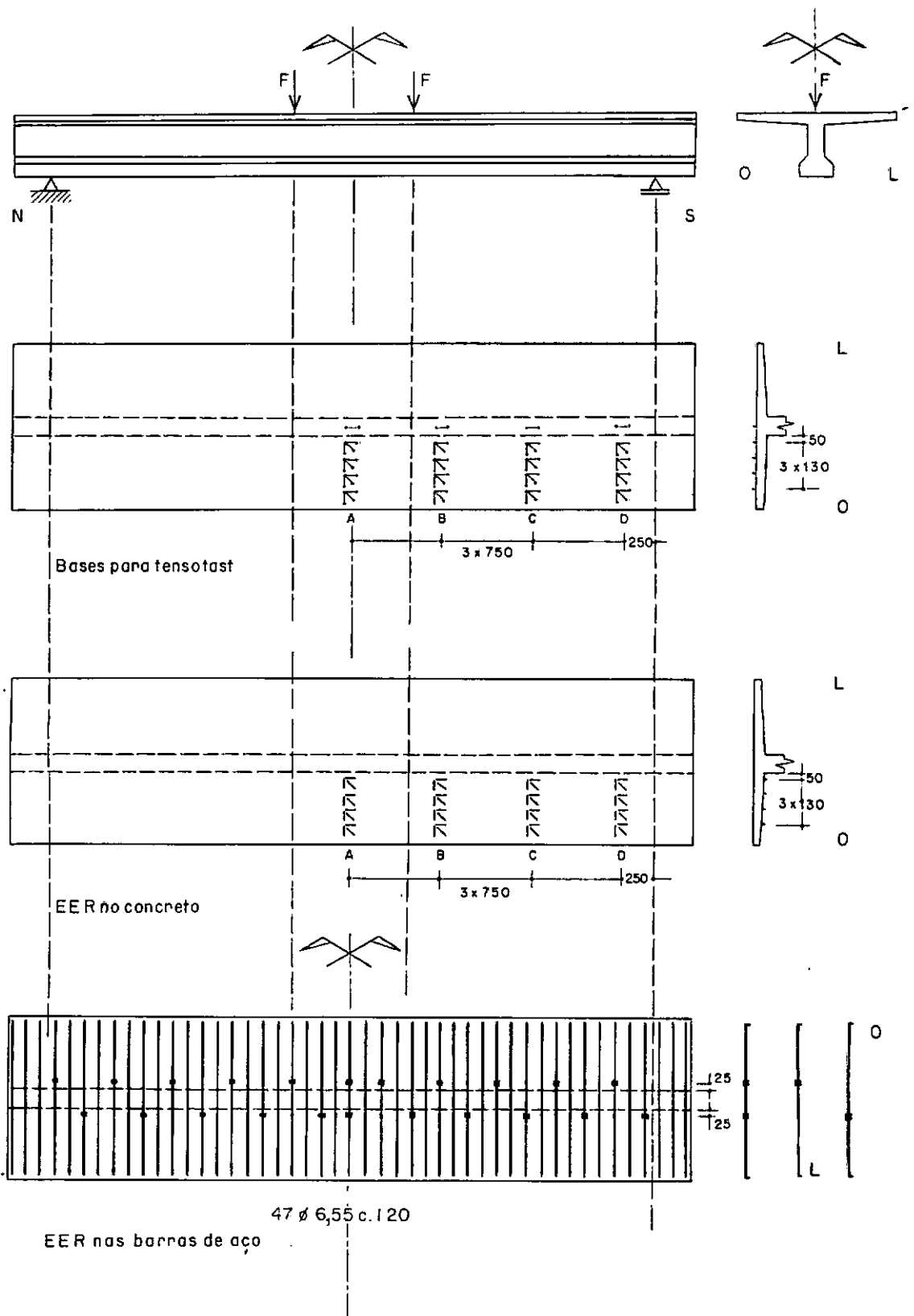


Figura III.6.d - Instrumentação da viga T4 - (Cotas em mm)

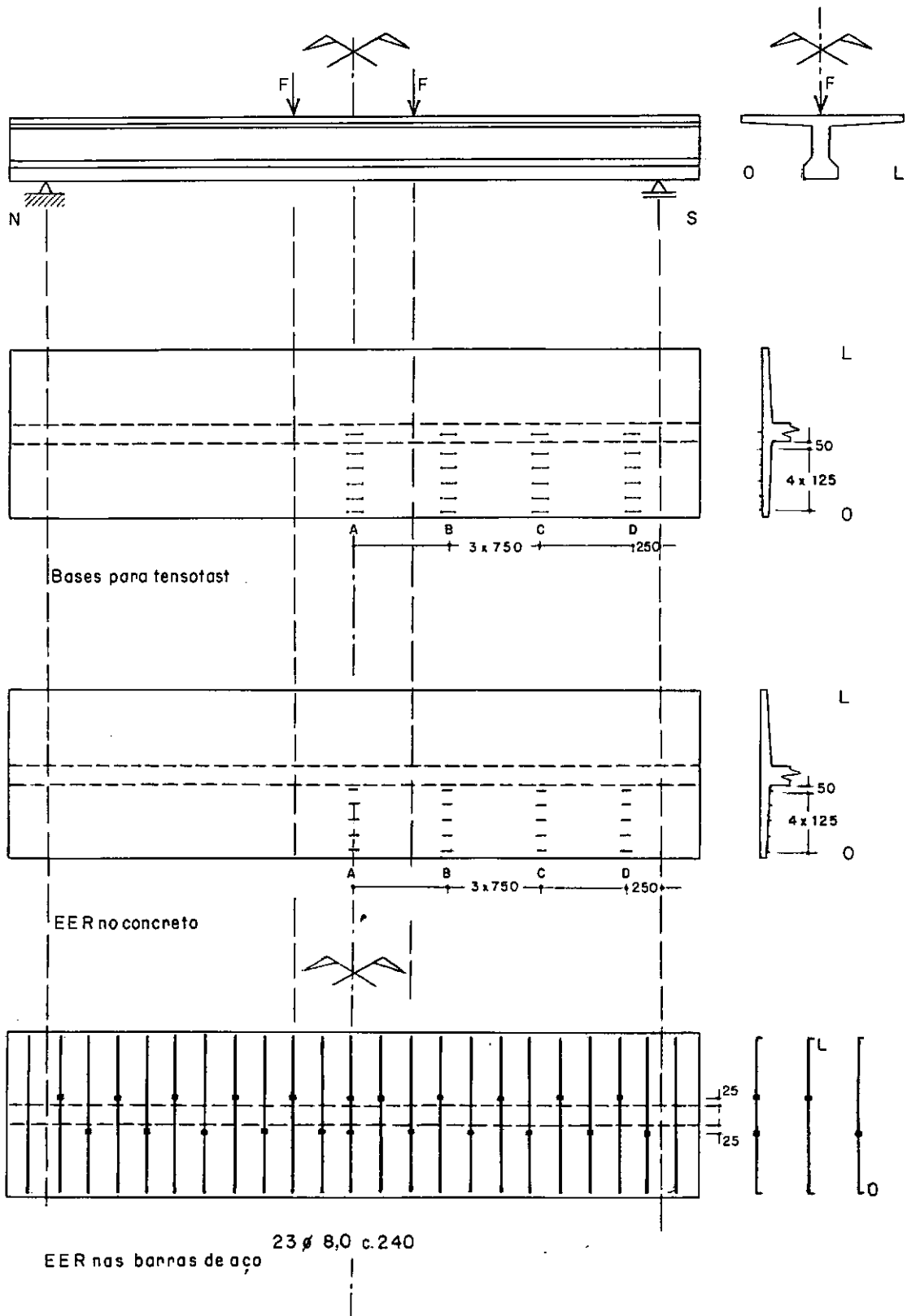


Figura III.6.e - Instrumentação da viga T5 - (cotas em mm)

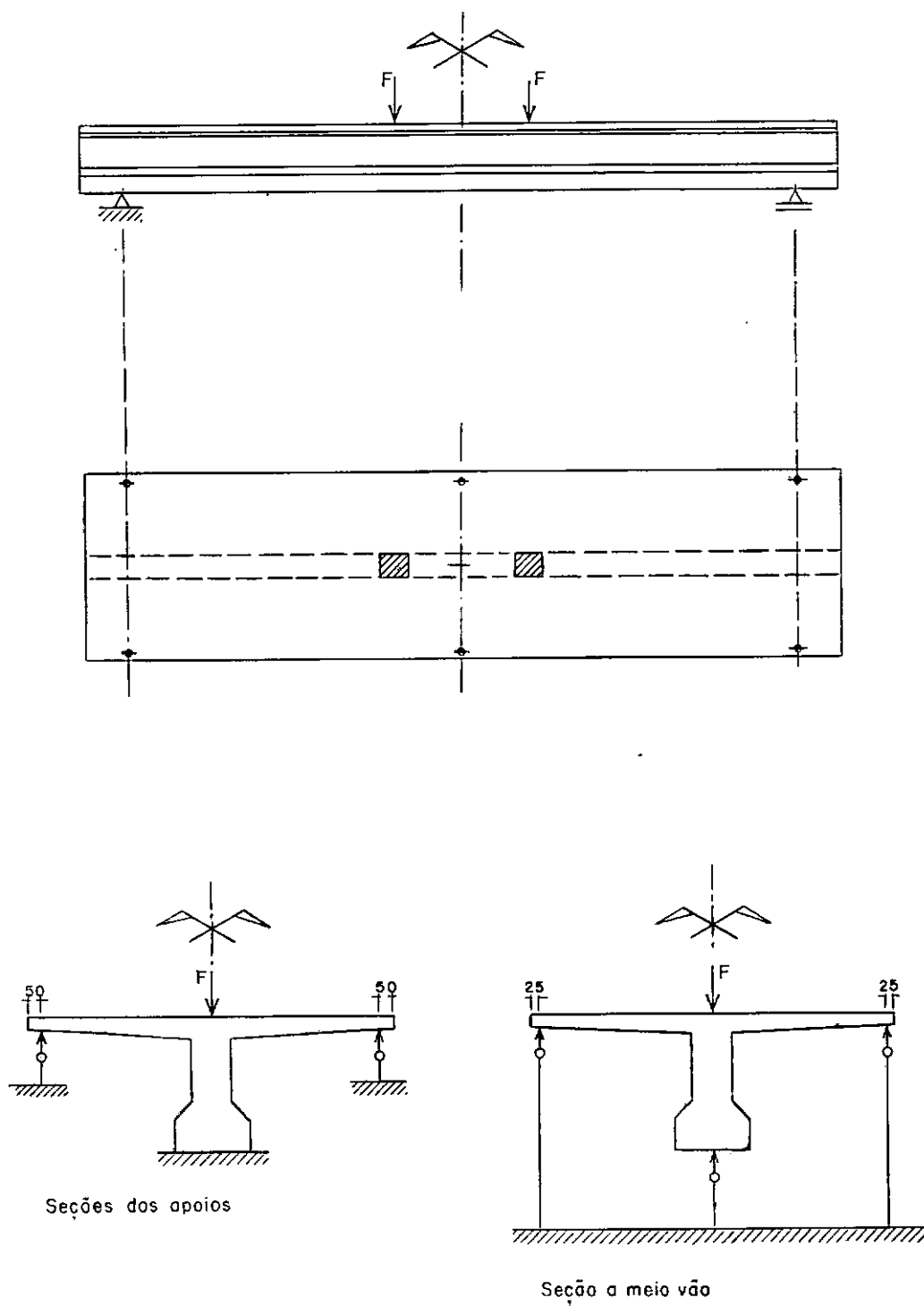


Figura III.7 - Localização dos flexímetros - (cotas em mm)

Tabela III.5 - Dados gerais dos ensaios

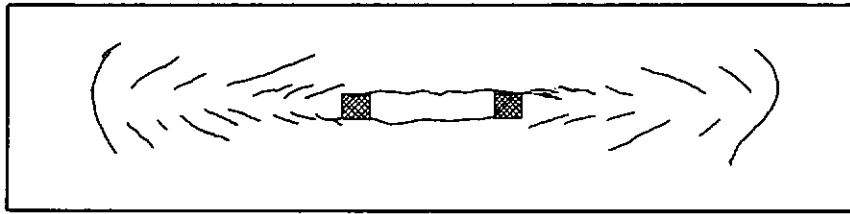
Viga	ω_f (%)	ρ_f (%)	f_c (N/mm ²)	F_r (kN)	F_u (kN)	Causa principal da ruptura
T1	3,62	0,19	31,3	325	375	cortante longitudinal
T5	4,64	0,30	35,8	290	365	cortante longitudinal
T2	5,91	0,30	30,8	300	390	cortante longitudinal
T4	7,41	0,40	32,8	320	430	cortante longitudinal
T3	12,36	0,56	27,5	300	450	flexão

III.4.1. COMPORTAMENTO GERAL, FISSURAÇÃO E RUPTURA

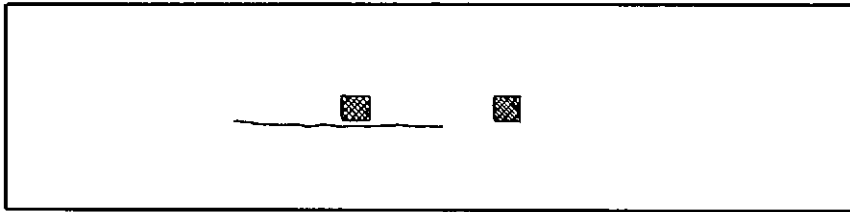
Com exceção da T3, todas as vigas romperam devido ao cortante longitudinal, apresentaram esmagamento do concreto nas ligações mesa-alma e escoamento de parte das barras da armadura transversal da mesa.

As cargas correspondentes à abertura das primeiras fissuras nas ligações alcançaram valores próximos para todas as vigas, conforme mostra a Tabela III.5. O valor destas cargas é o da carga aplicada, em um dos macacos, quando apareceram as primeiras fissuras na face superior das mesas. O aspecto destas fissuras iniciais pode ser visto na Figura III.8.

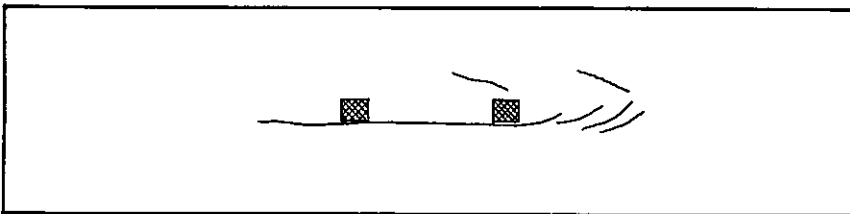
Nas vigas T1 e T5, que possuíam menor quantidade de armadara, as fissuras inclinadas surgiram junto com as longitudinais. Nas demais, com mais armadura, foram notadas somente umas poucas fissuras ligeiramente inclinadas ou nenhuma acompanhando a longitudinal, no início da fissuração. O aspecto final da fissuração na face superior das mesas pode ser vista nas fotos



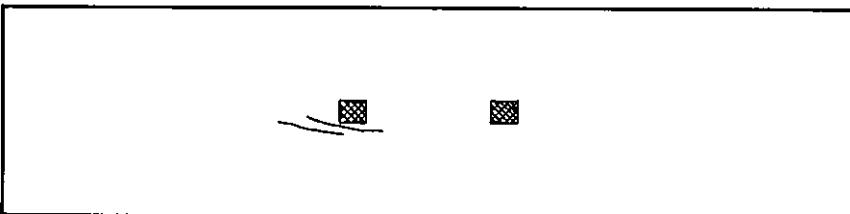
T 1

 $F_r = 325 \text{ kN}$ 

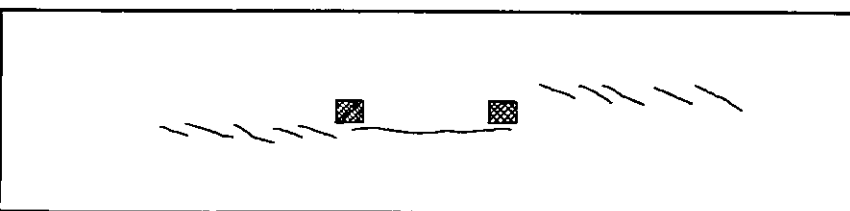
T 2

 $F_r = 300 \text{ kN}$ 

T 3

 $F_r = 300 \text{ kN}$ 

T 4

 $F_r = 320 \text{ kN}$ 

T 5

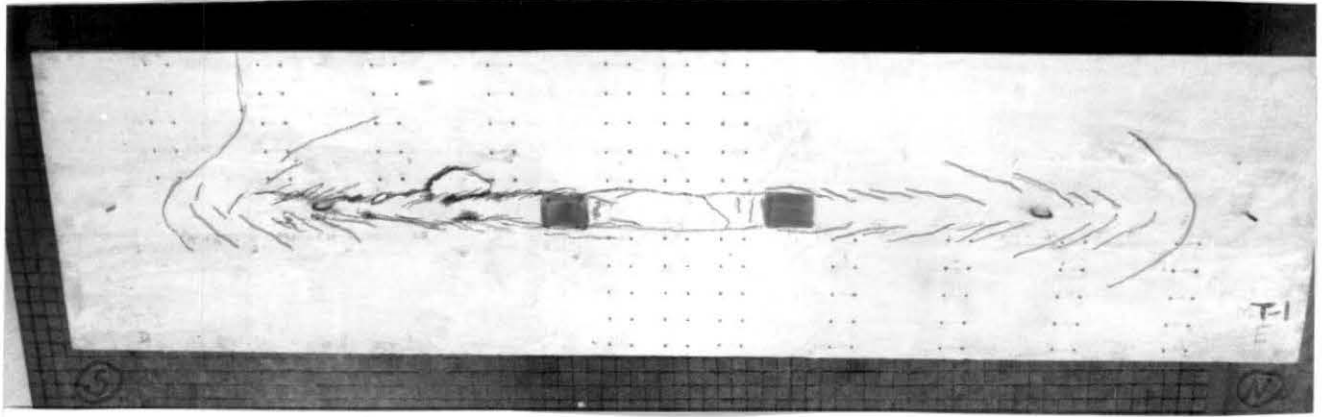
 $F_r = 290 \text{ kN}$

Figura III.8 - Primeiras fissuras das mesas

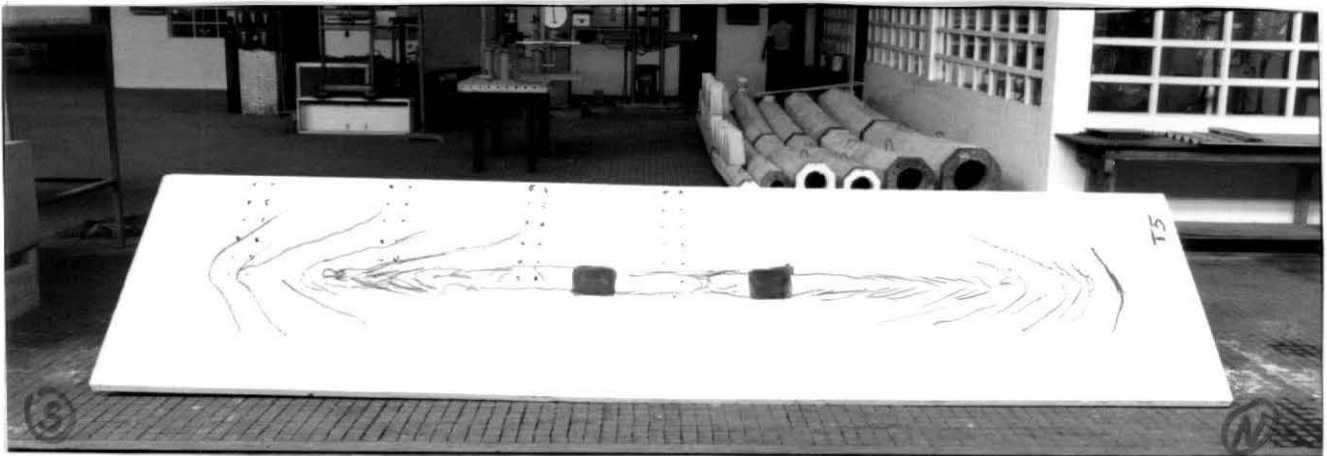
da Figura III.9a-e. Na foto da Figura III.9.f vê-se a fissuração da alma e da face inferior da mesa da viga T2.

A viga T3, que tinha a maior taxa de armadura, rompeu devido à flexão e apresentou esmagamento do concreto da mesa e parte da alma na seção de momento máximo.

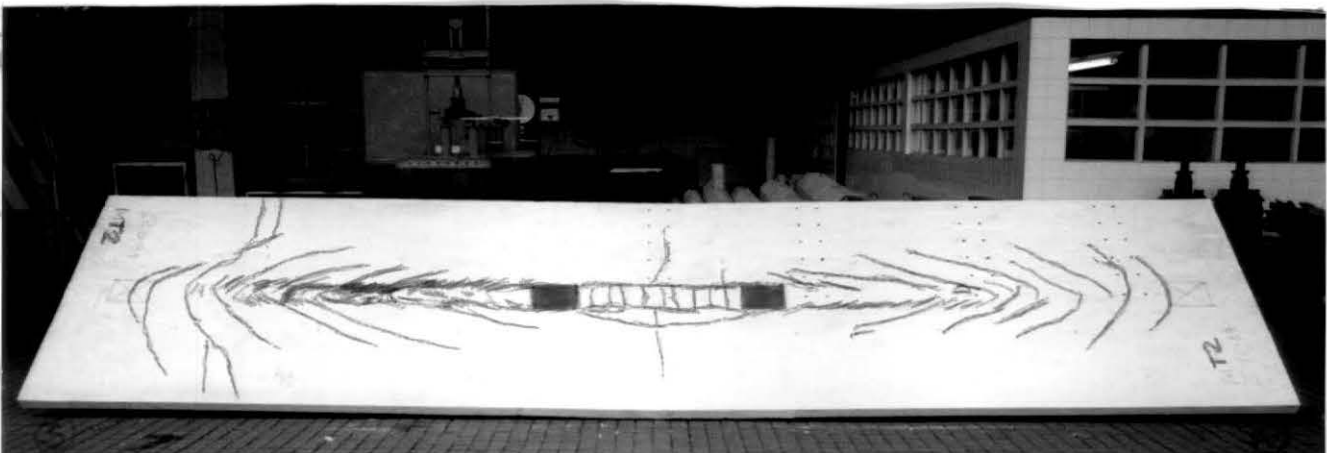
A viga T4 rompeu devido ao cortante longitudinal mas alcançou uma carga de ruptura elevada, em comparação com as outras vigas.



(a) viga T1

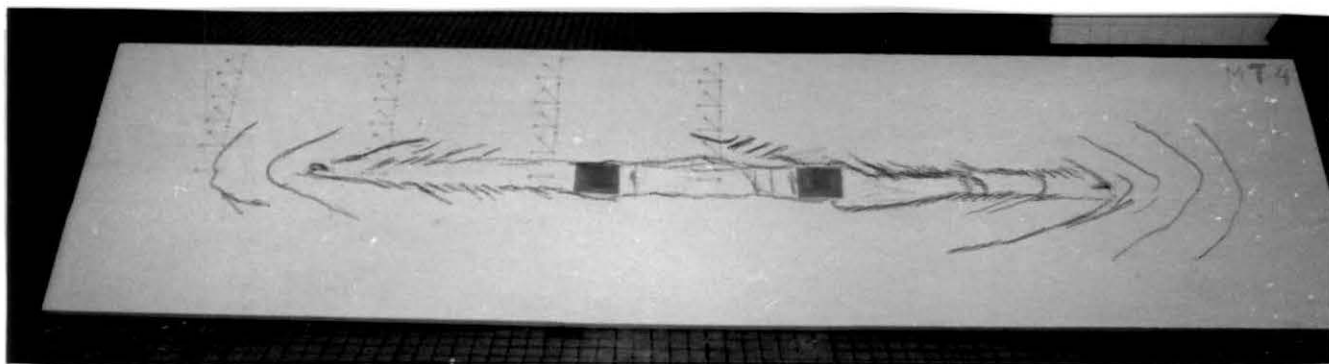


(b) viga T5

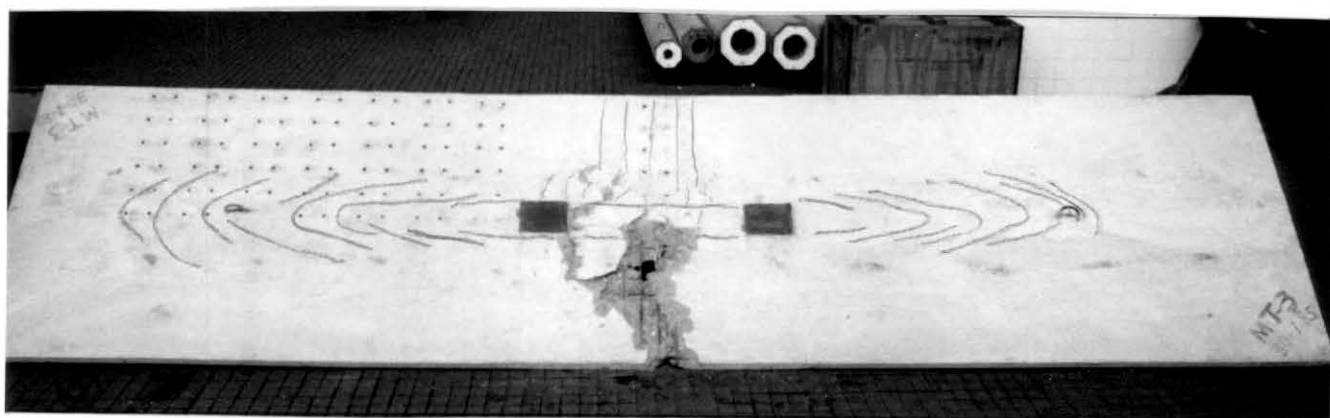


(c) viga T2

Figura III.9 - Aspecto final das vigas ensaiadas



(d) viga T4



(e) viga T3



(f) viga T2

Figura III.9 - Aspecto final das vigas ensaiadas

III.4.2. DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS DA ALMA, NO CONCRETO E NO AÇO

As deformações longitudinais, medidas na seção de momento máximo, no concreto sobre a alma e numa das barras da camada mais tracionada da armadura principal, para várias etapas de carga, são mostradas na Figura III.10. Pode-se observar que, principalmente no aço, até a carga de fissuração da mesa, quase não houve diferença entre as deformações das diferentes vigas. Depois desta carga, as deformações das vigas T2 e T5, com menor quantidade de armadura transversal da mesa, passaram a ser nitidamente maiores que as das T3 e T4.

Em todas as vigas o aço atingiu a deformação de ϵ_y^* e, provavelmente chegou a ϵ_y . A deformação no concreto, na ruptura, deve ter sido sempre maior que 3,5%.

A partir das deformações medidas foi possível determinar a posição da linha neutra para os diferentes níveis de carregamento. Nas Figuras III.11a-d, estão as variações da altura da linha neutra, assim como as deformações longitudinais a partir das quais essas alturas foram calculadas. Nessas figuras pode ser verificado que as duas vigas com menor quantidade de armadura tiveram um tipo de comportamento similar, que foi um pouco diferente do das vigas com mais armadura, que por sua vez se comportaram de maneira similar.

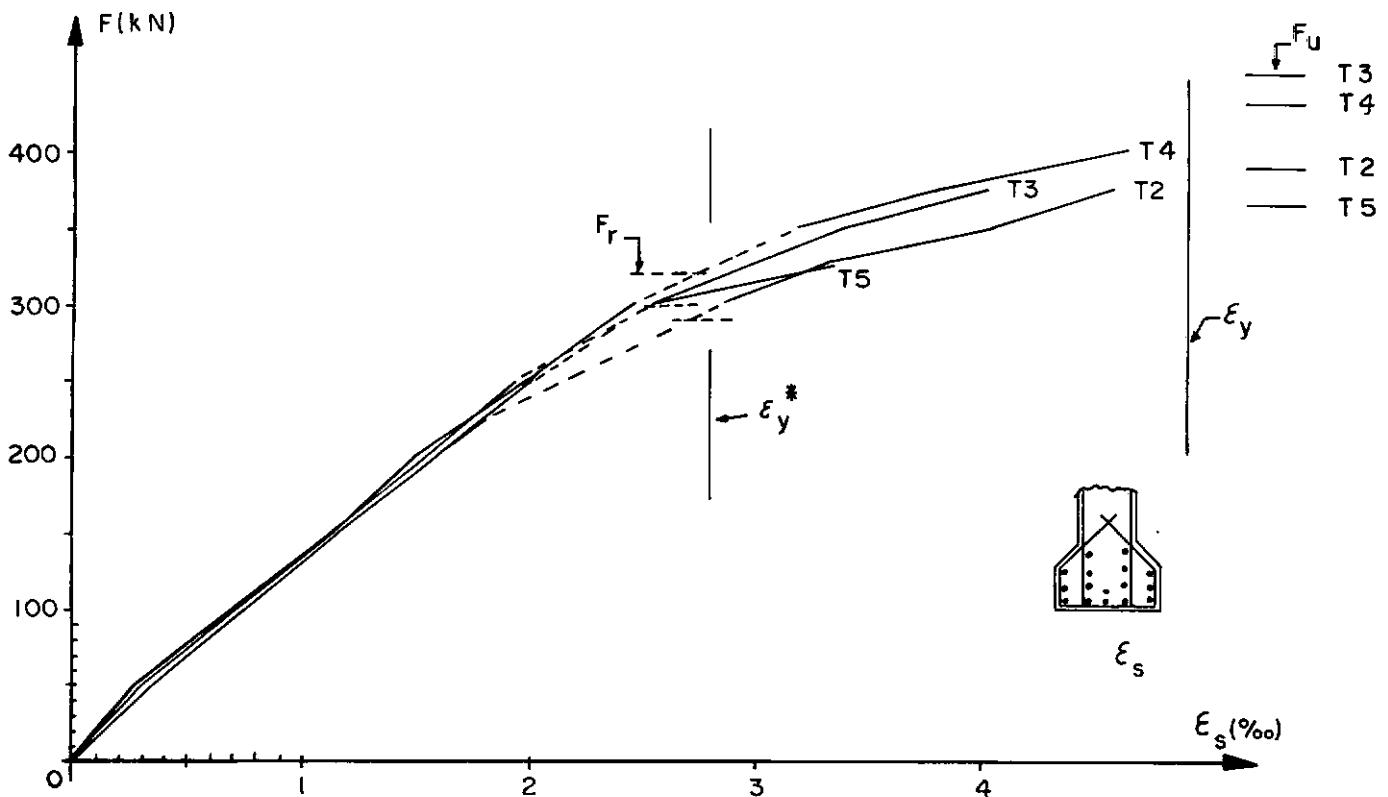
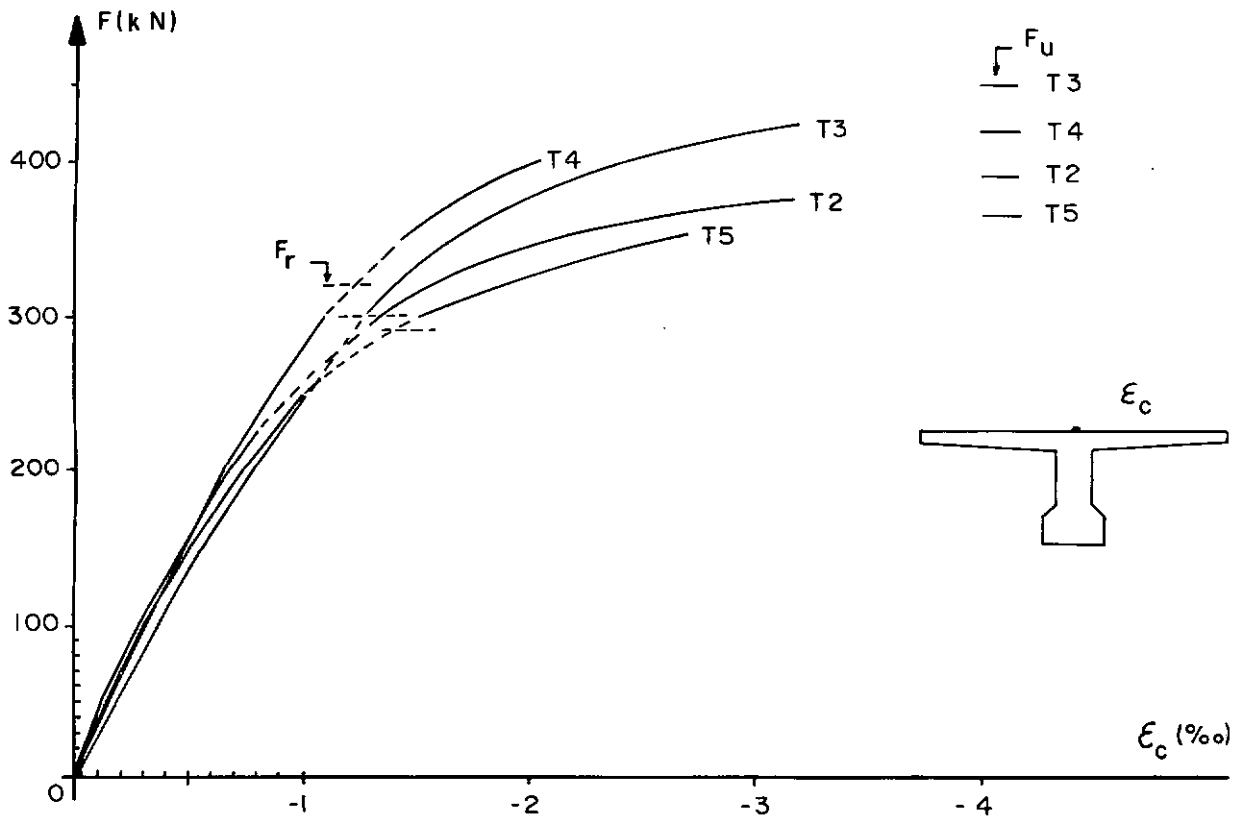


Figura III.10 - Deformações longitudinais da alma, no concreto e no aço, na seção de momento máximo

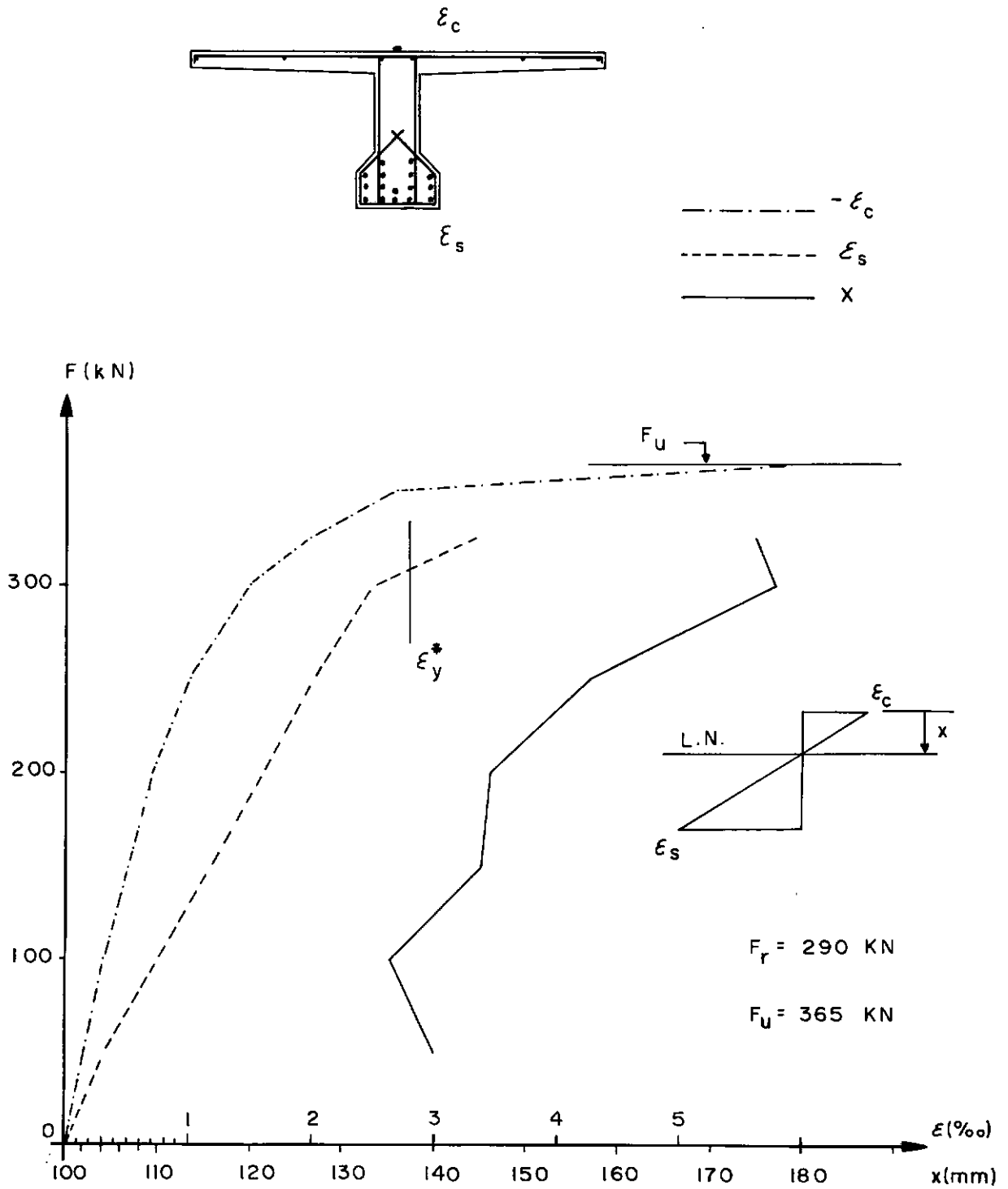


Figura III.11.a - Viga T5 - Deformações no concreto, numa barra da camada mais tracionada da armadura principal e posição da linha neutra

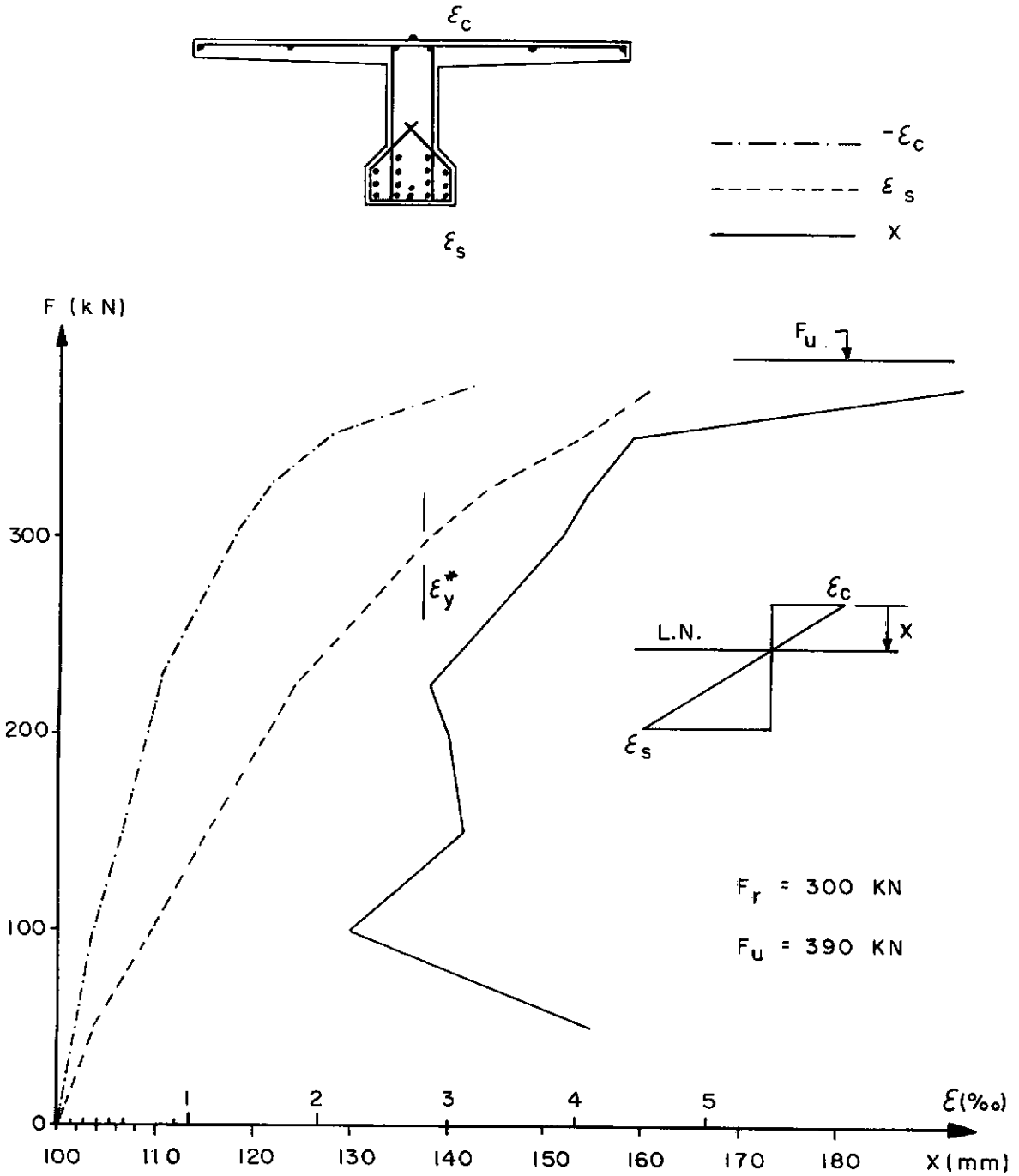


Figura III.11.b - Viga T2

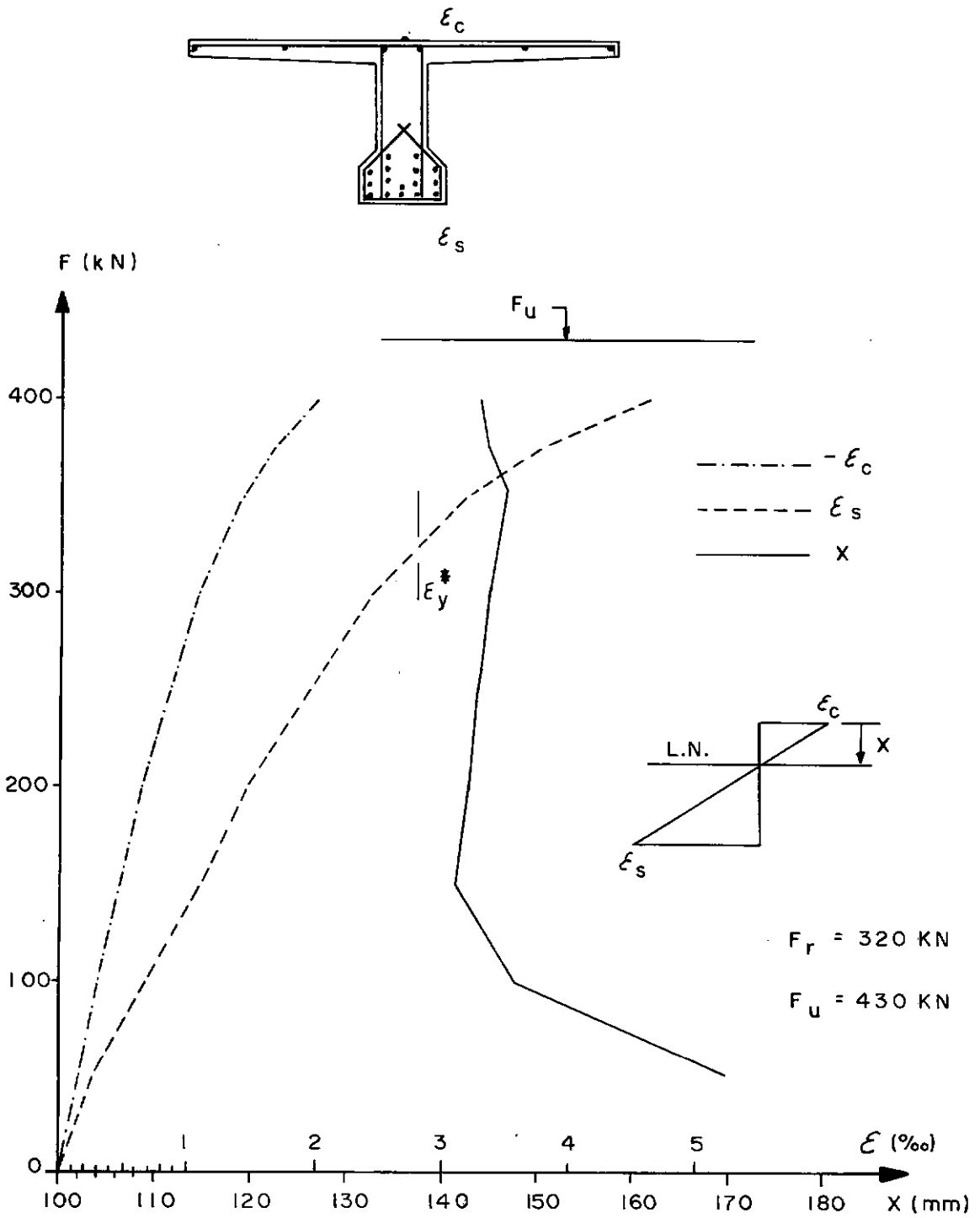


Figura III.c - Viga T4

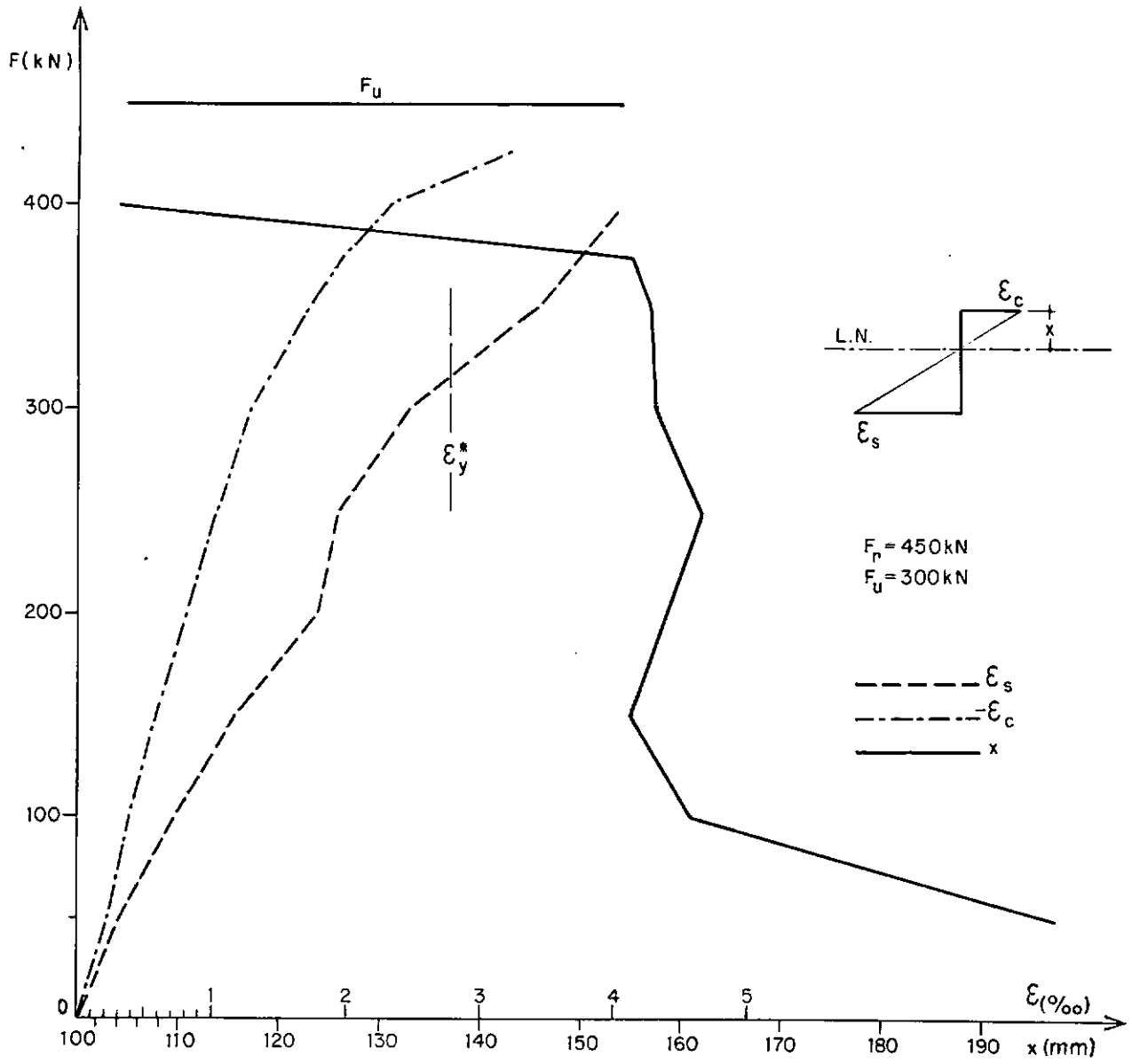
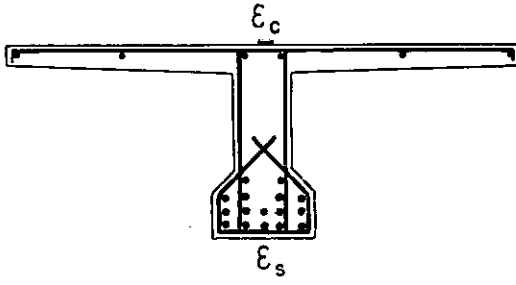


Figura III.11.d - Viga T3

III.4.3. DEFORMAÇÕES NO AÇO TRANSVERSAL DA MESA

As deformações das barras da armadura transversal da mesa de todas as vigas estão nas Figuras III.12a-c. Nestas figuras são vistas as distribuições para estágios de carga próximos à ruptura. Pode-se verificar que, nas vigas T1, T2 e T5, a armadura distribuída ao longo de cerca de 60% do vão teve uma deformação maior que ϵ_y^* . Nas vigas T3 e T4, isto ocorreu para a armadura situada ao longo de um comprimento em torno de 40% do vão.

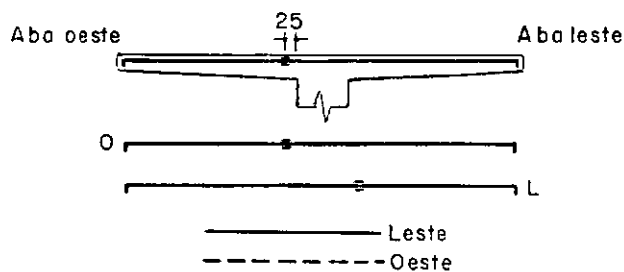
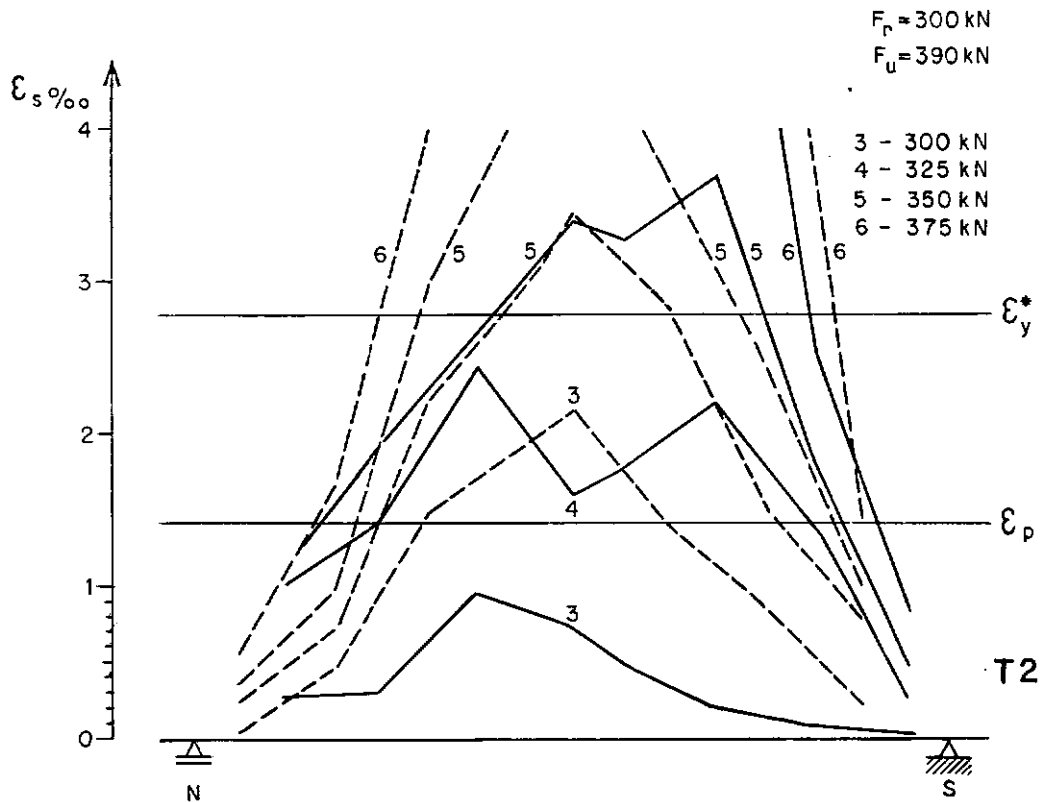
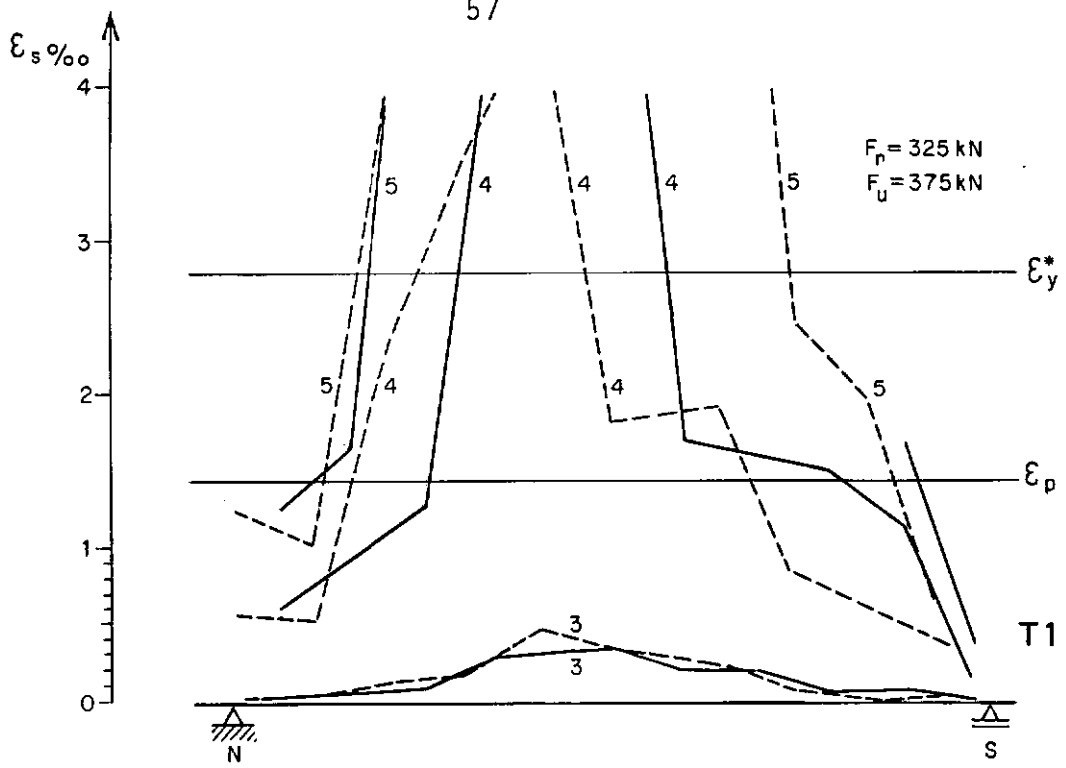


Figura III.12.a - Vigas T1 e T2 - Deformações no aço transversal da mesa

$$F_p = 290 \text{ kN}$$

$$F_u = 365 \text{ kN}$$

$$3 - 300 \text{ kN}$$

$$4 - 325 \text{ kN}$$

$$5 - 350 \text{ kN}$$

$$6 - 365 \text{ kN}$$

Figura III.12-b - Viga T5

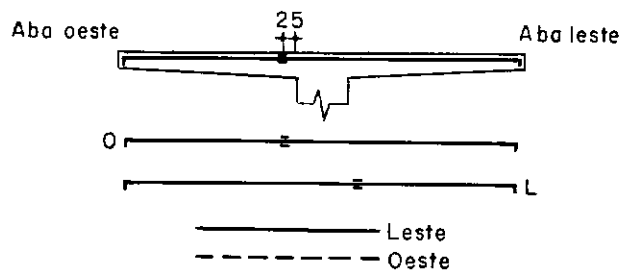
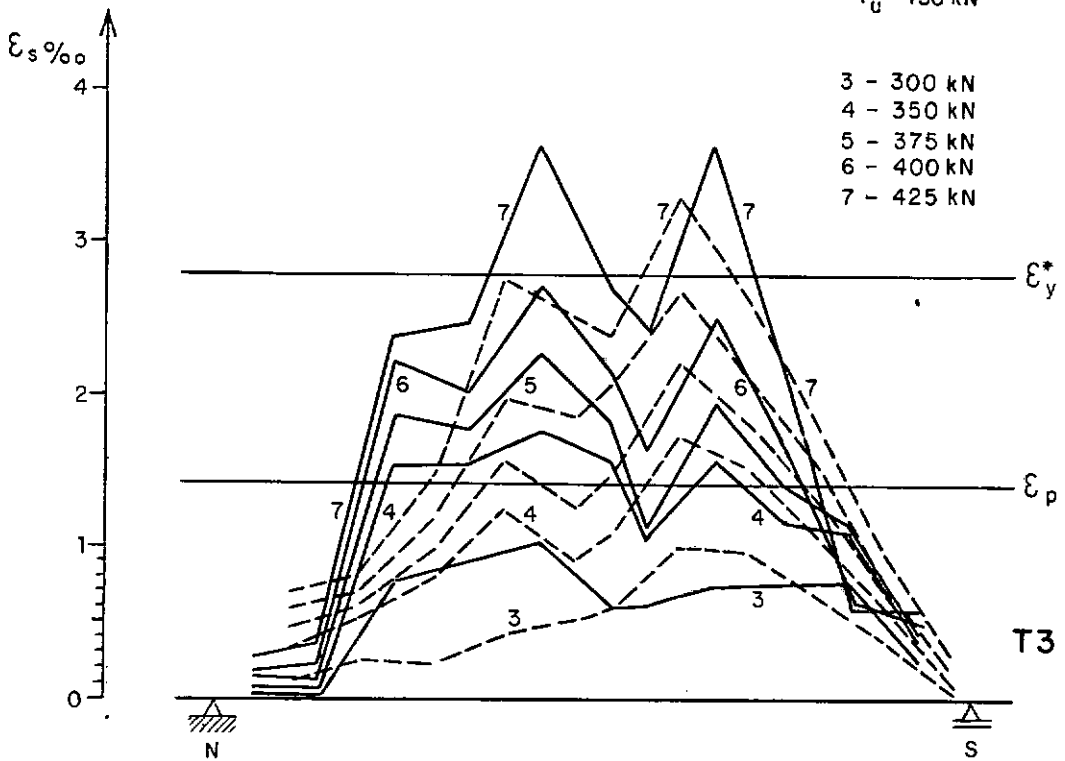
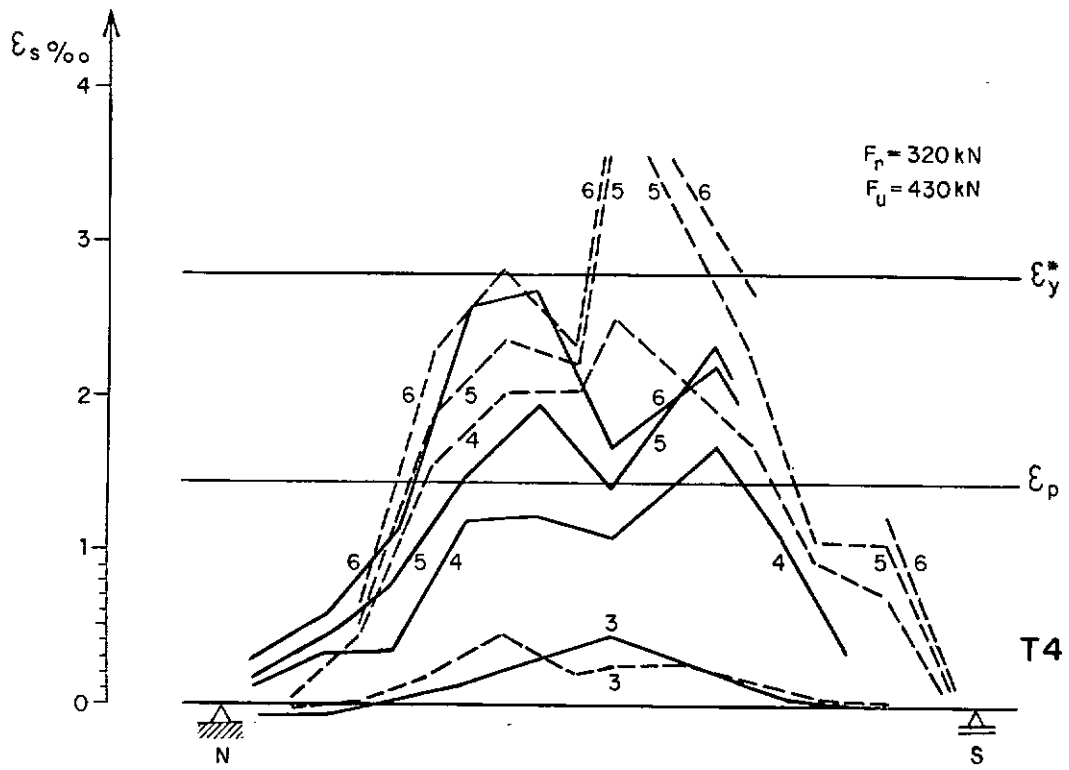


Figura III.12.c - Vigas T3 e T4

III.4.4. DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS NO CONCRETO DA MESA

Nas Figuras III.13a-c, estão as deformações longitudinais no concreto das faces superior e inferior das abas da viga T1. Nas Figuras III.14, III.15, III.16 e III.17a-b, estão as deformações longitudinais no concreto sobre a alma, e nas faces superior e inferior de uma das abas das vigas T5, T2, T4 e T3, respectivamente.

Estas deformações estão plotadas para várias etapas de carregamento e diferentes seções transversais das vigas.

Observando-se globalmente as figuras acima enumeradas, pode-se verificar que:

- As seções próximas dos apoios apresentam tração nas fibras superiores e compressão nas inferiores,
- Nas vigas com mesas providas de mais armadura transversal há maior uniformidade de deformações ao longo da largura da mesa.
- Nas vigas com menos armadura transversal na mesa há diferença considerável entre a deformação máxima na alma e nas abas da mesa, principalmente na seção de momento fletor máximo.

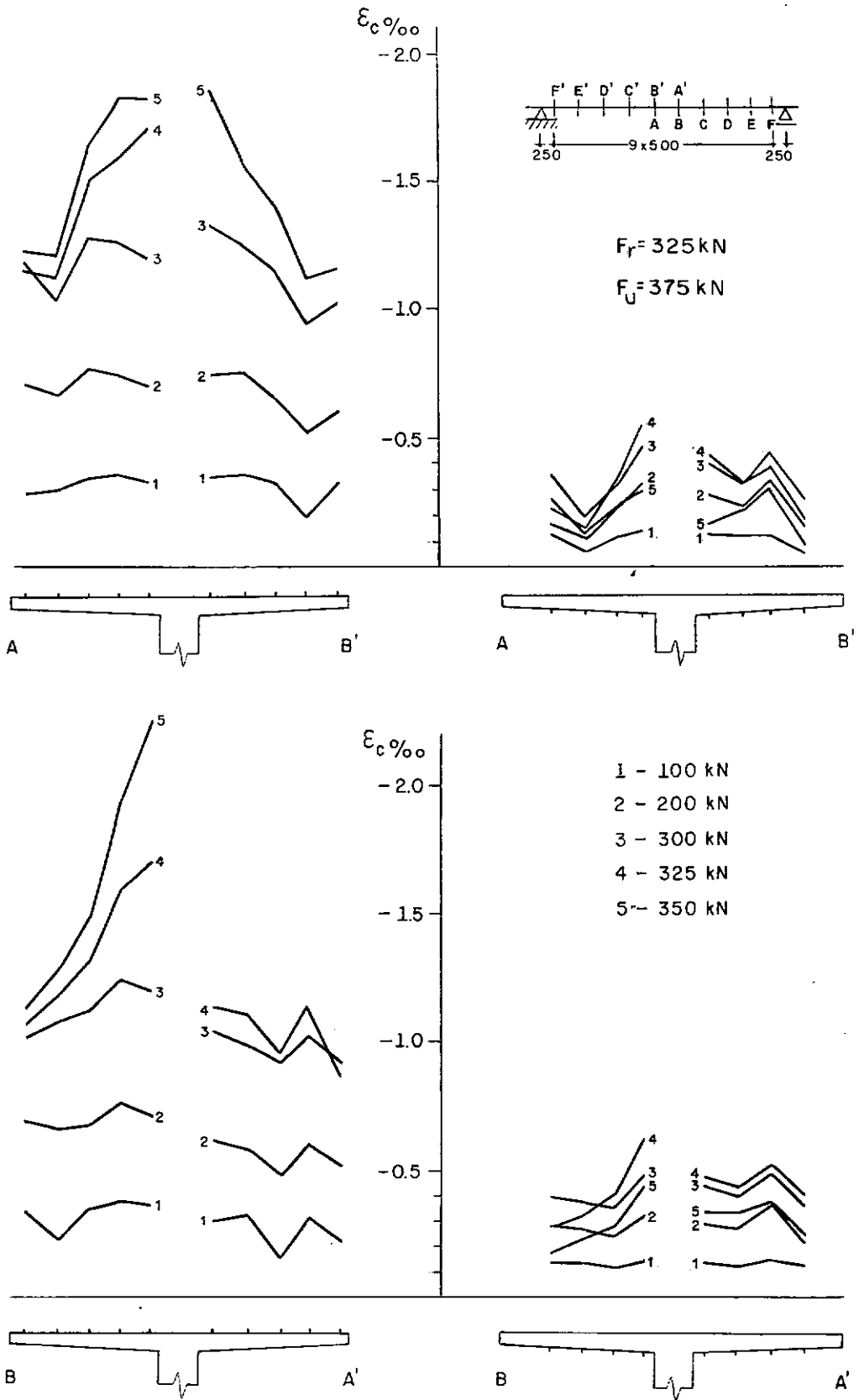


Figura III.13.a - Deformações longitudinais no concreto - viga T1

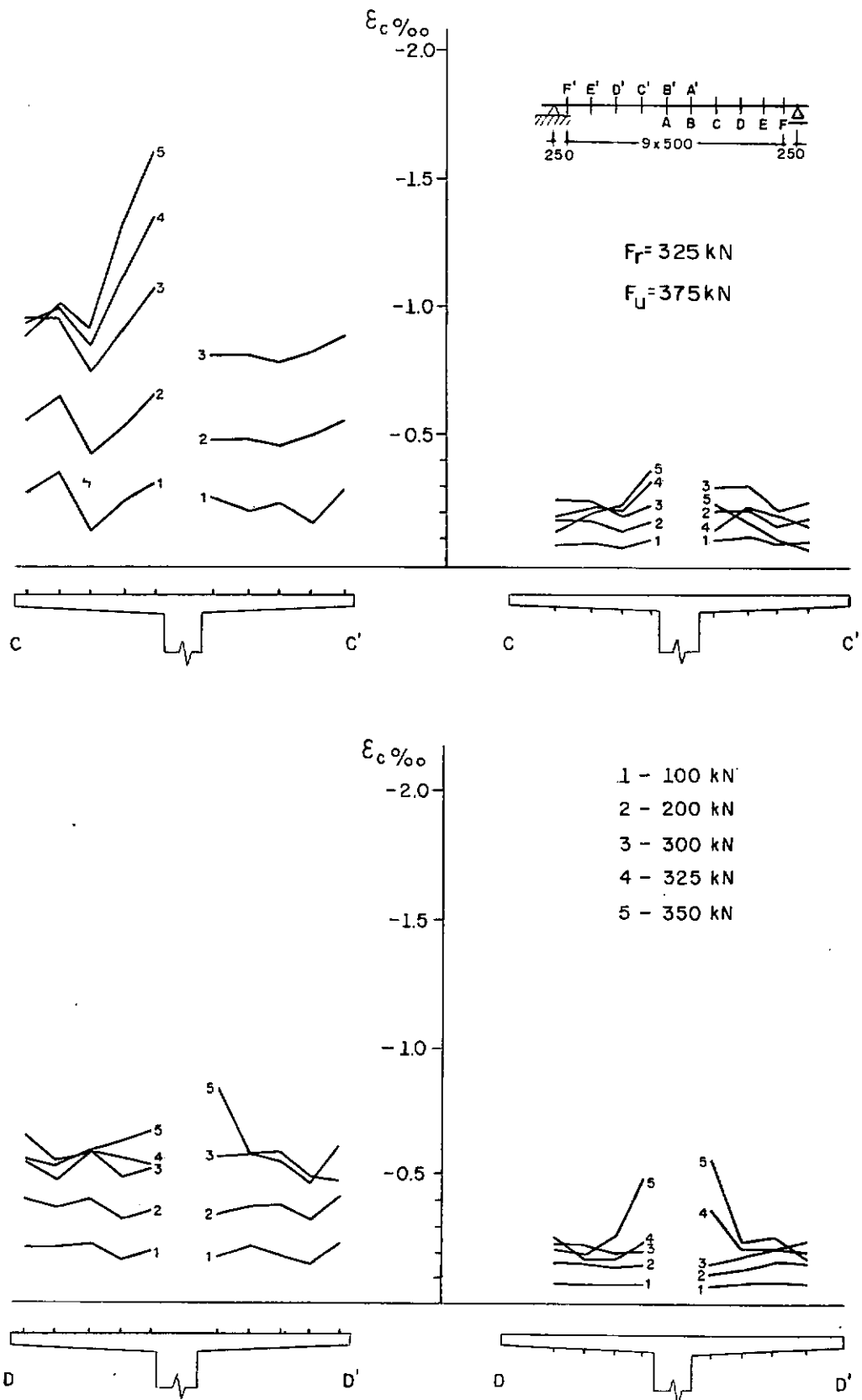


Figura III.13.b - Viga T1

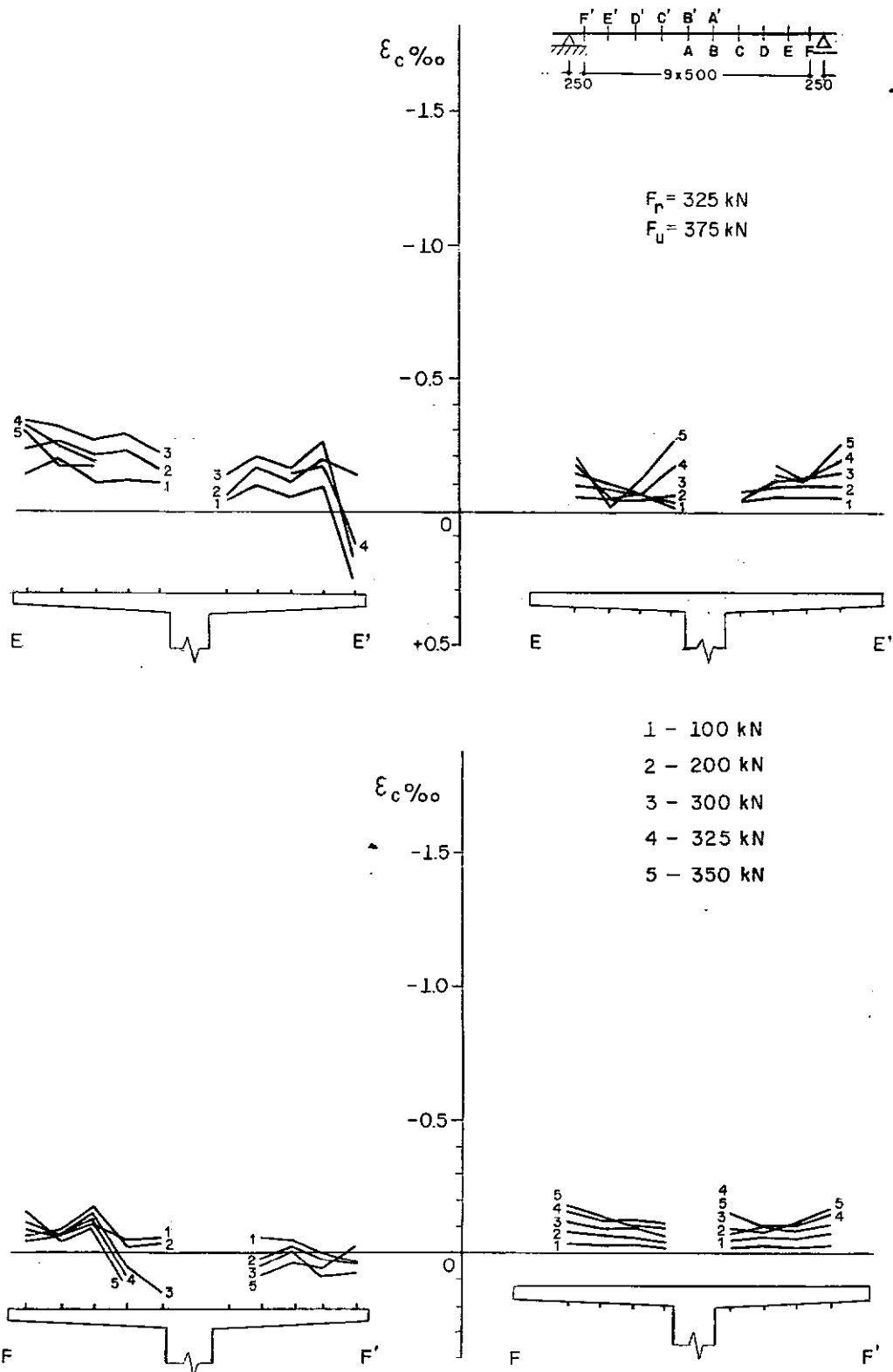


Figura III.13.c - Viga T1

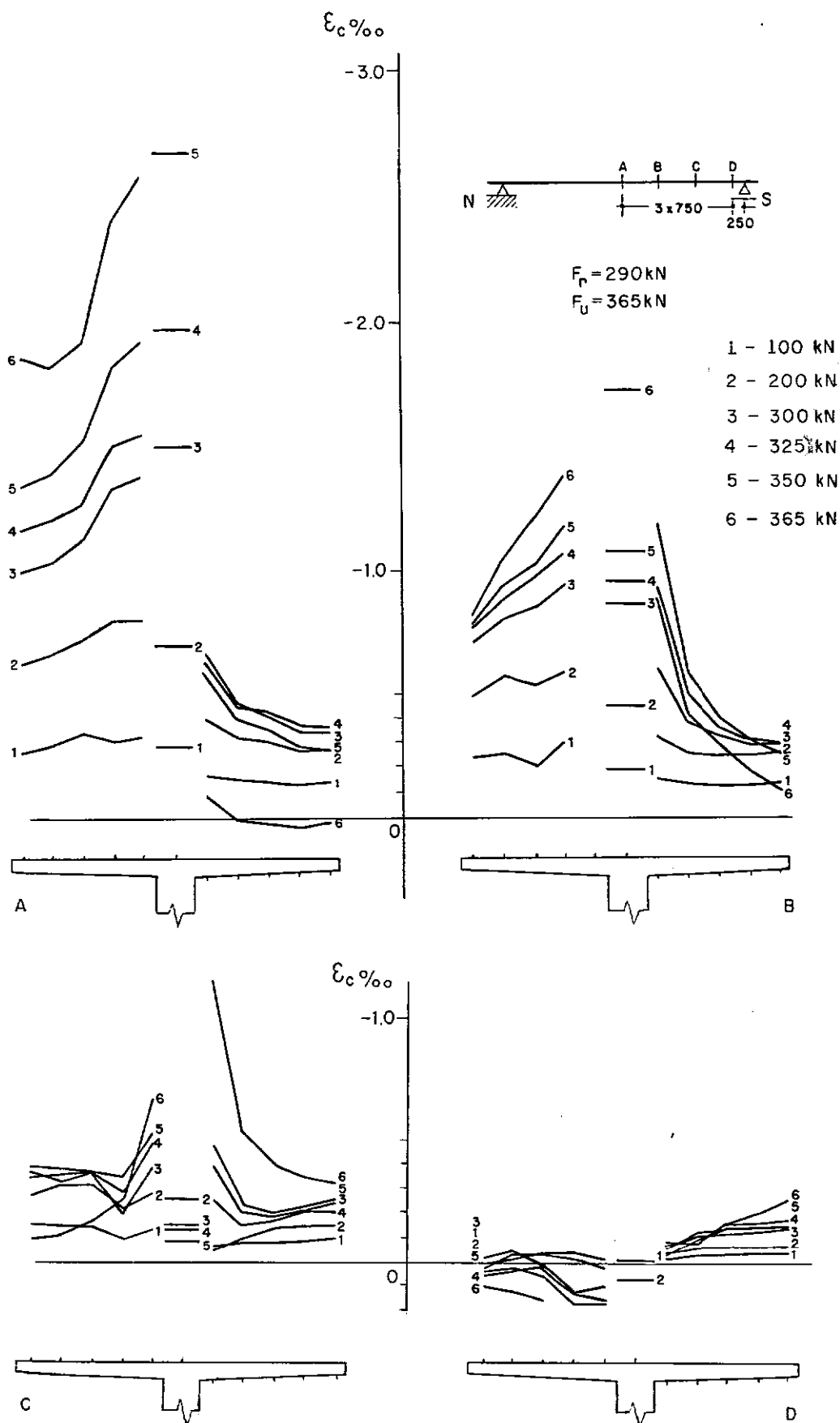


Figura III.14 - Deformações longitudinais no concreto -
viga T5

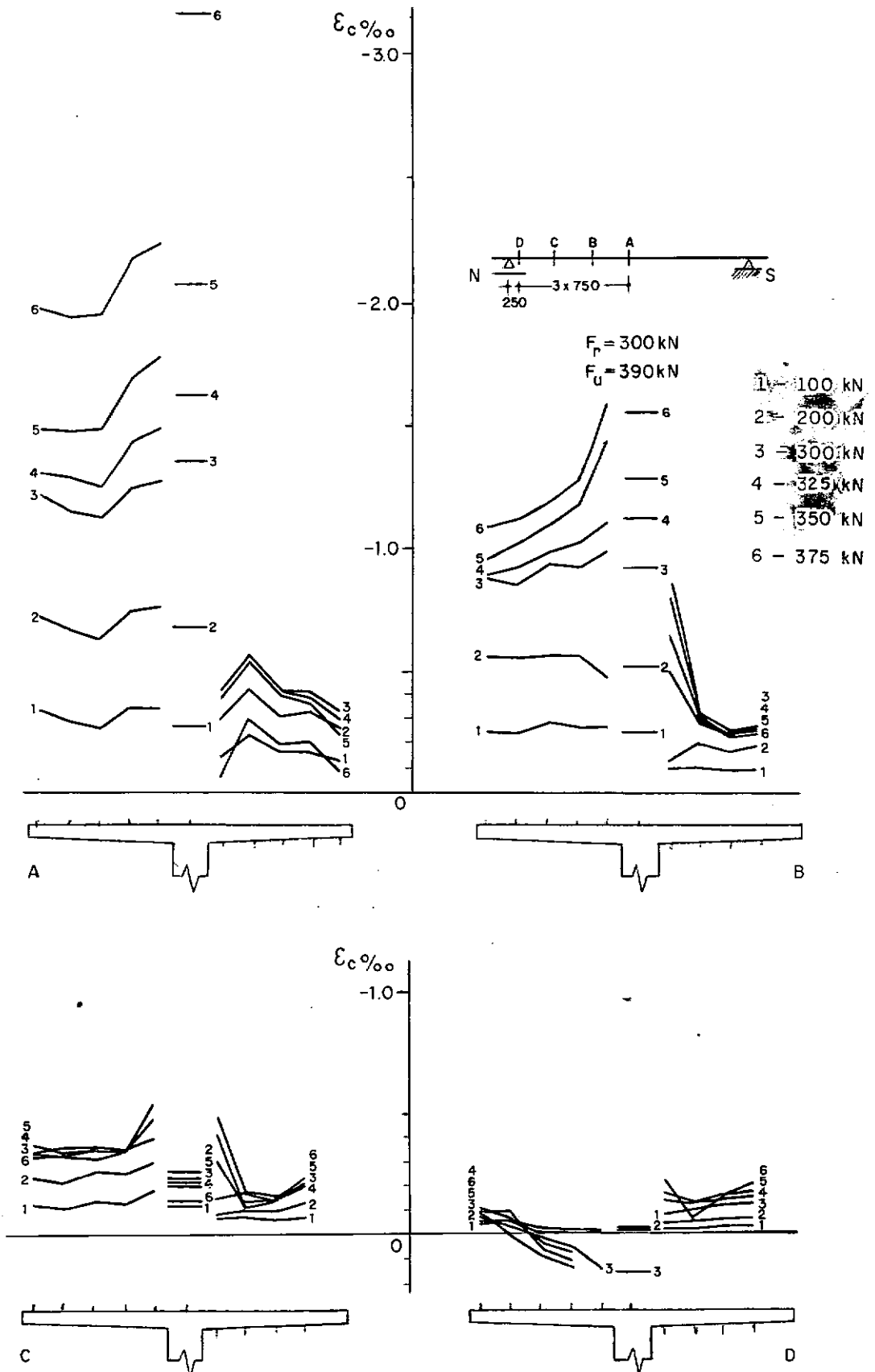


Figura III.15 - Deformações longitudinais no concreto - viga T2

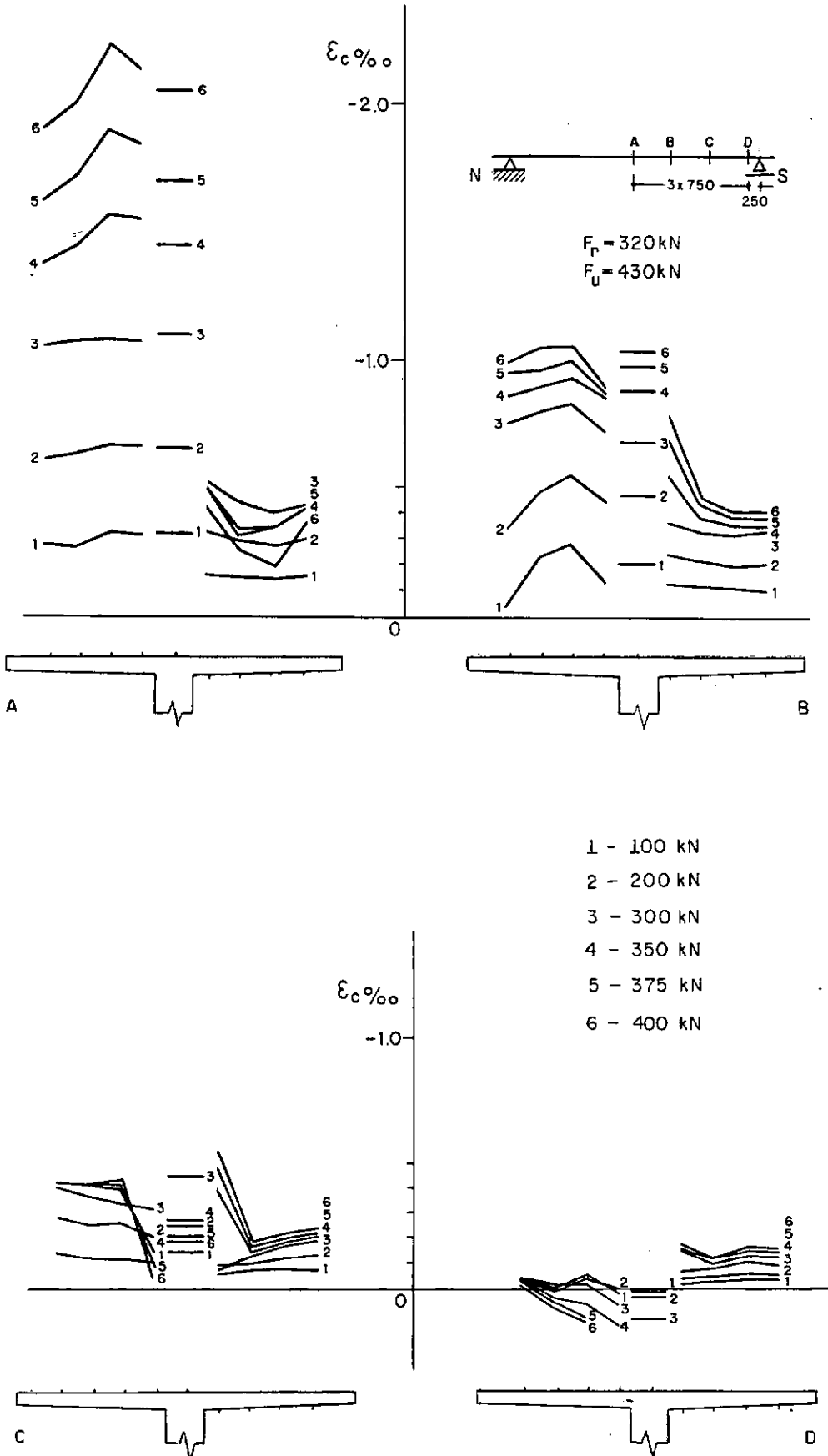


Figura III.16 - Deformações longitudinais no concreto - viga T4

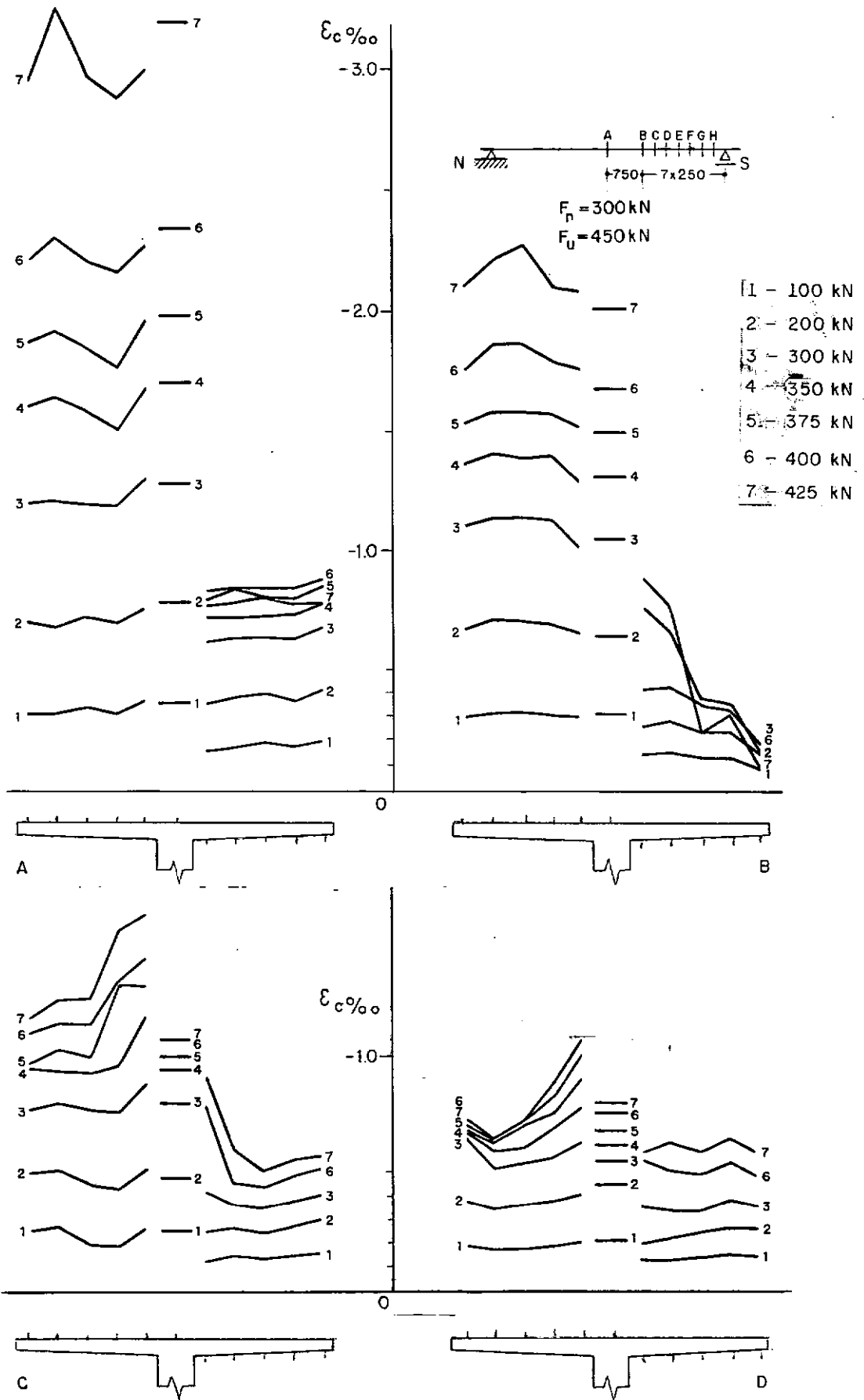


Figura III.17.a - Deformações longitudinais no concreto - viga T3

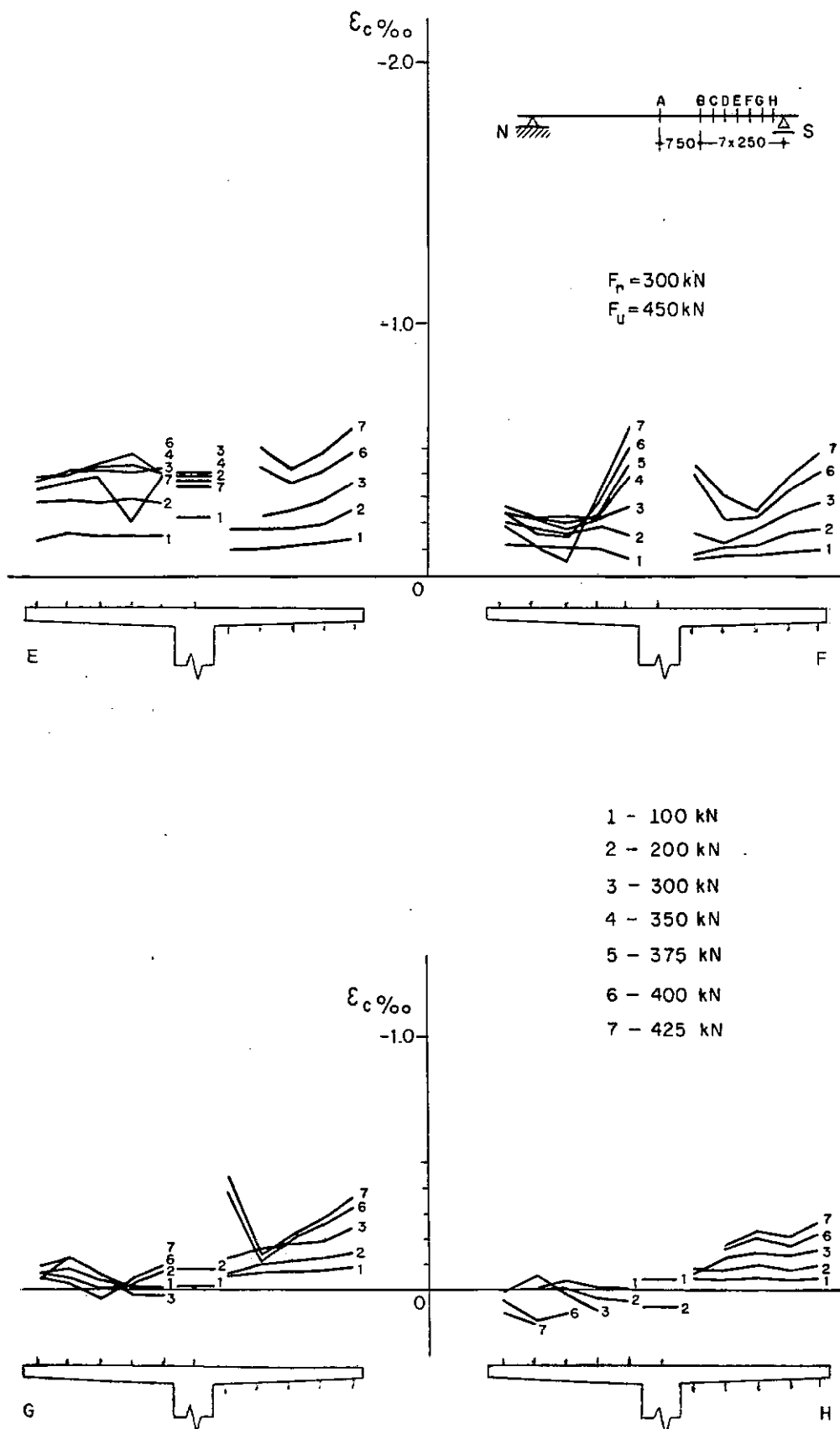


Figura III.17.b - Viga T3

III.4.5. DIREÇÕES DAS DEFORMAÇÕES PRINCIPAIS DE COMPRESSÃO

Na viga T4, onde foram usadas rosetas tridirecionais para medição de deformações no concreto das abas da mesa, pôde-se determinar as direções das deformações principais de compressão. Estas direções, nas faces superior e inferior da mesa, para três níveis de carregamento são mostradas na Figura III.18.

$F_r = 320 \text{ kN}$
 $F_u = 430 \text{ kN}$

0 1 2 3
 $\varepsilon_{II} (\text{‰})$

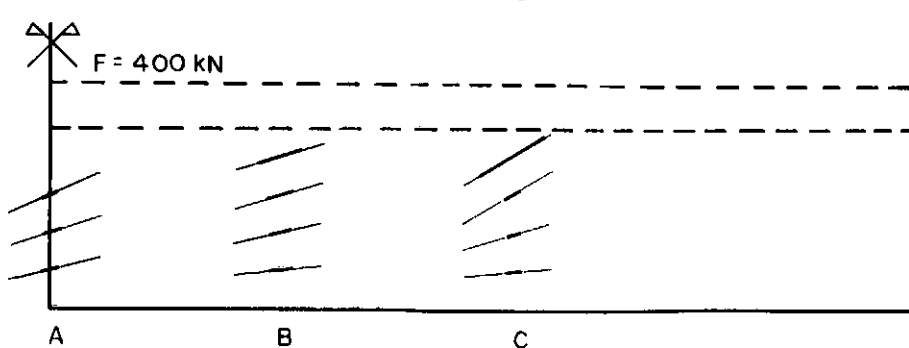
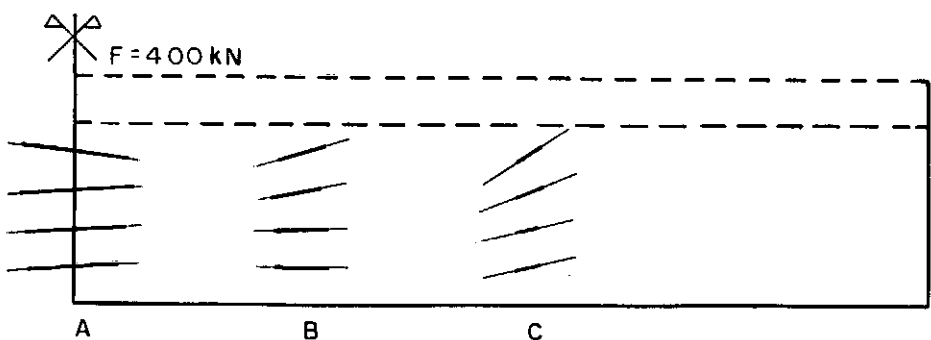
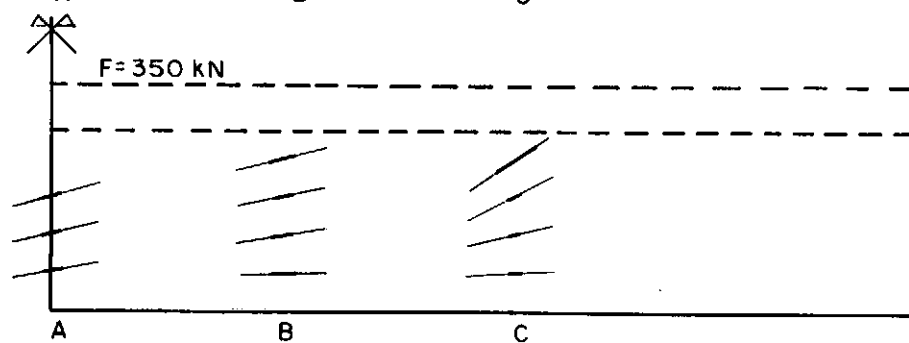
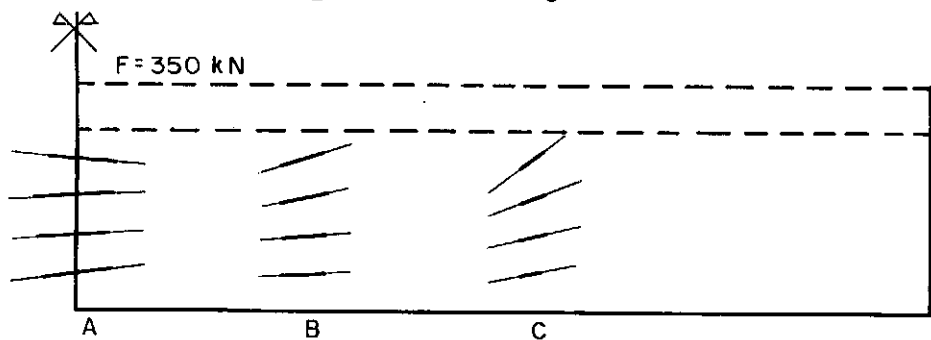
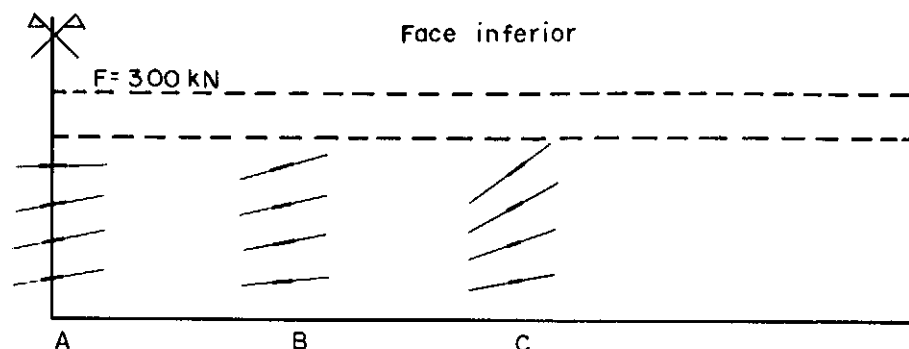
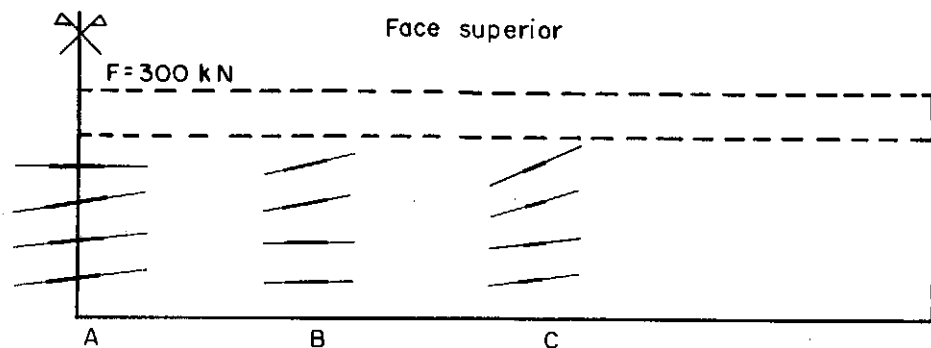


Figura III.18 - Direções das deformações principais de compressão

III.4.6. FLECHAS

Na Figura III.19 encontram-se os valores médios das flechas sob as abas, na seção de momento máximo e nas seções dos apoios, para as diversas etapas de carga. A Figura III.20 mostra os valores das flechas da alma na seção de momento máximo.

Em todas as vigas as flechas da alma na seção de momento máximo praticamente não diferiram daquelas sob as abas nesta seção.

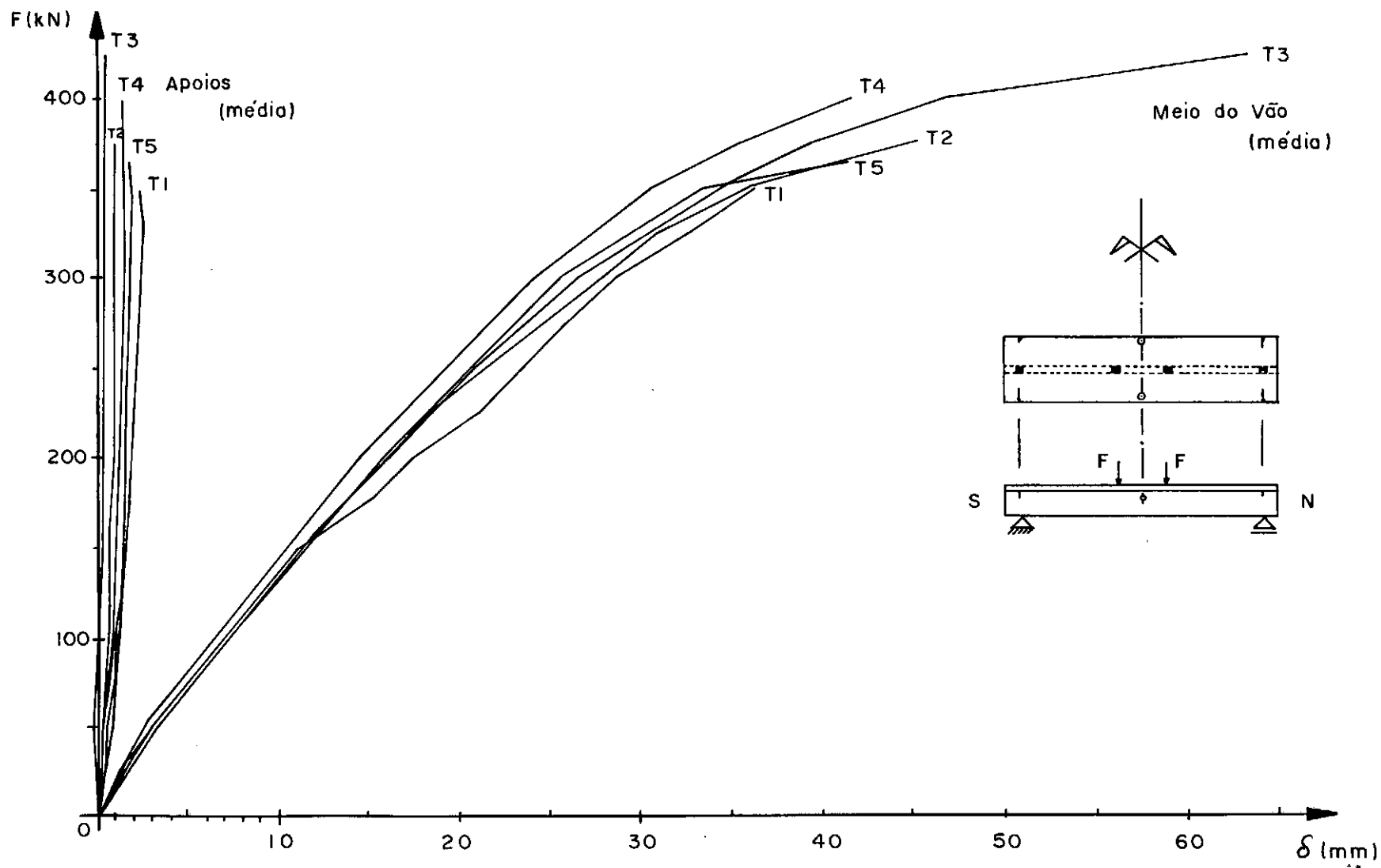


Figura III.19 - Flechas sob as abas

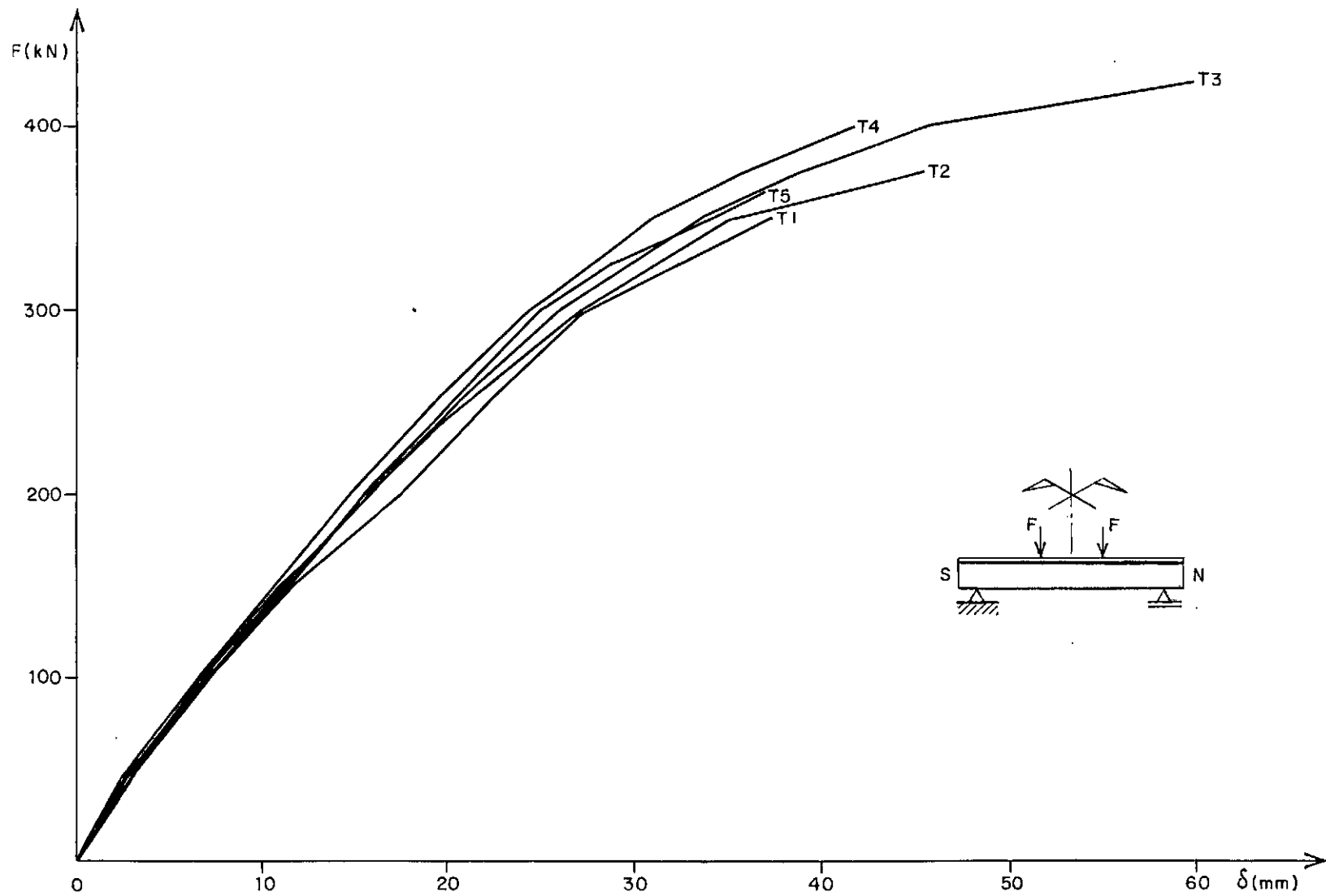


Figura III.20 - Flechas da alma no meio do vão

III.4.7. ABERTURA DE FISSURAS

Na Figura III.21 encontram-se as evoluções das aberturas de fissuras da alma e da mesa com o carregamento aplicado. A fissura da alma escolhida para esta medição localizava-se na seção de momento máximo (fibra inferior) e da mesa na ligação mesa-alma, nesta mesma seção.

Nota-se nesta figura a importância da quantidade de armadura transversal da mesa na limitação da abertura das fissuras nas ligações mesa-alma. Nas vigas T1, T2 e T5, tão logo essas fissuras apareceram, suas aberturas atingiram valores maiores que 0,5 mm (na T1, maiores que 1,5 mm).

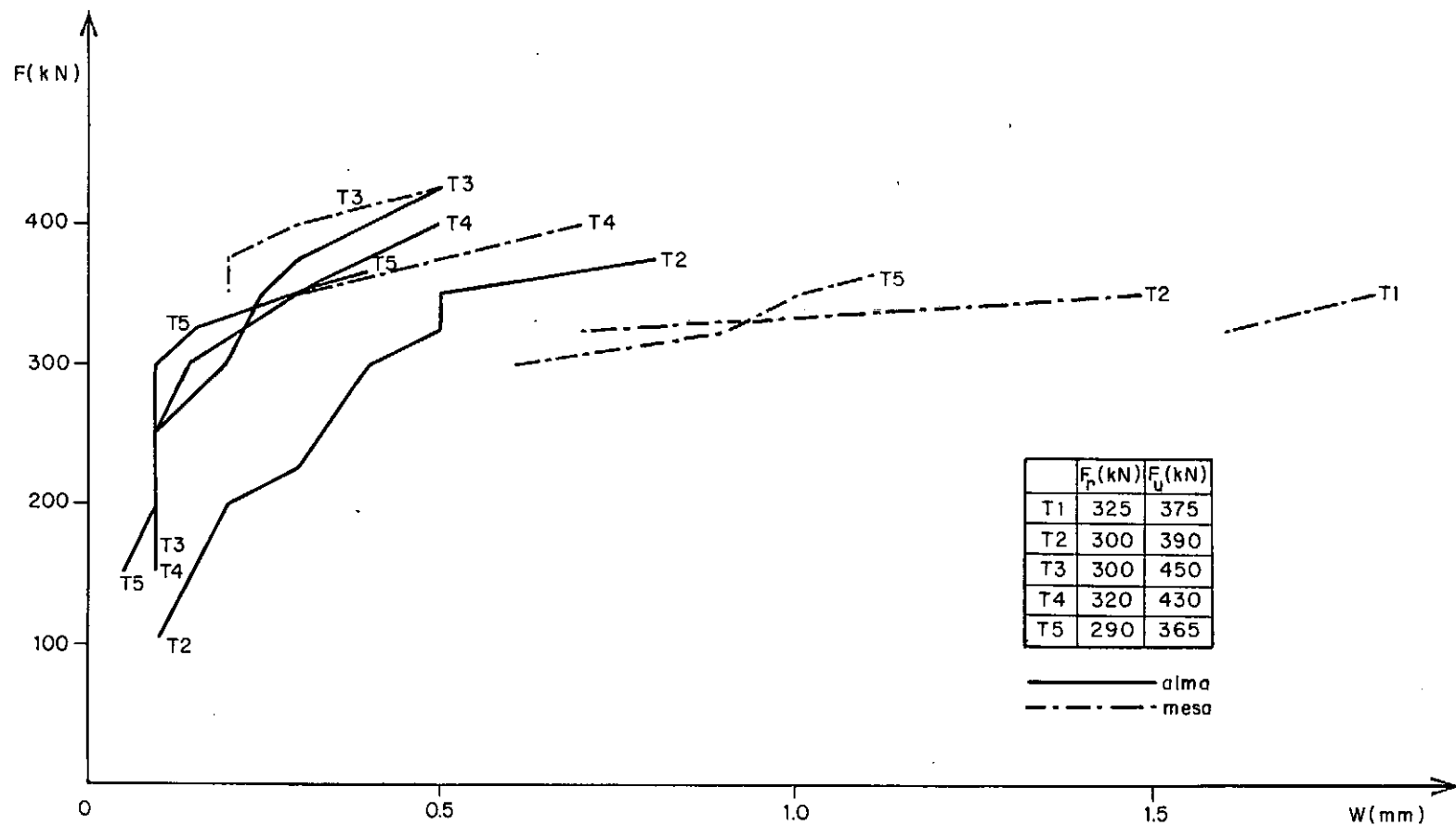


Figura III.21 - Abertura de fissuras

CAPÍTULO IV

ANÁLISE E COMPARAÇÕES

IV.1. ANÁLISE DOS RESULTADOS DESTE TRABALHO

IV.1.1. VARIAÇÃO DA $F_{C,F}$ AO LONGO DO VÃO

A força de compressão longitudinal em uma aba, $F_{C,f}$, foi determinada para a seção de momento máximo e também para as demais seções da viga onde foram medidas as deformações longitudinais do concreto da mesa, nas faces superior e inferior.

Considerando-se a hipótese simplificadora de que as relações entre tensões e deformações longitudinais são, aproximadamente, iguais às dadas pelo diagrama tensão-deformação determinado para o caso de compressão uniaxial, a partir das deformações medidas foram obtidas as tensões atuantes nas abas. A variação das tensões ao longo da espessura foi determinada considerando-se que as deformações variaram linearmente entre as faces superior e inferior das abas. Ajustando-se curvas aos valores obtidos e integrando-se duplamente, ao longo da espes-

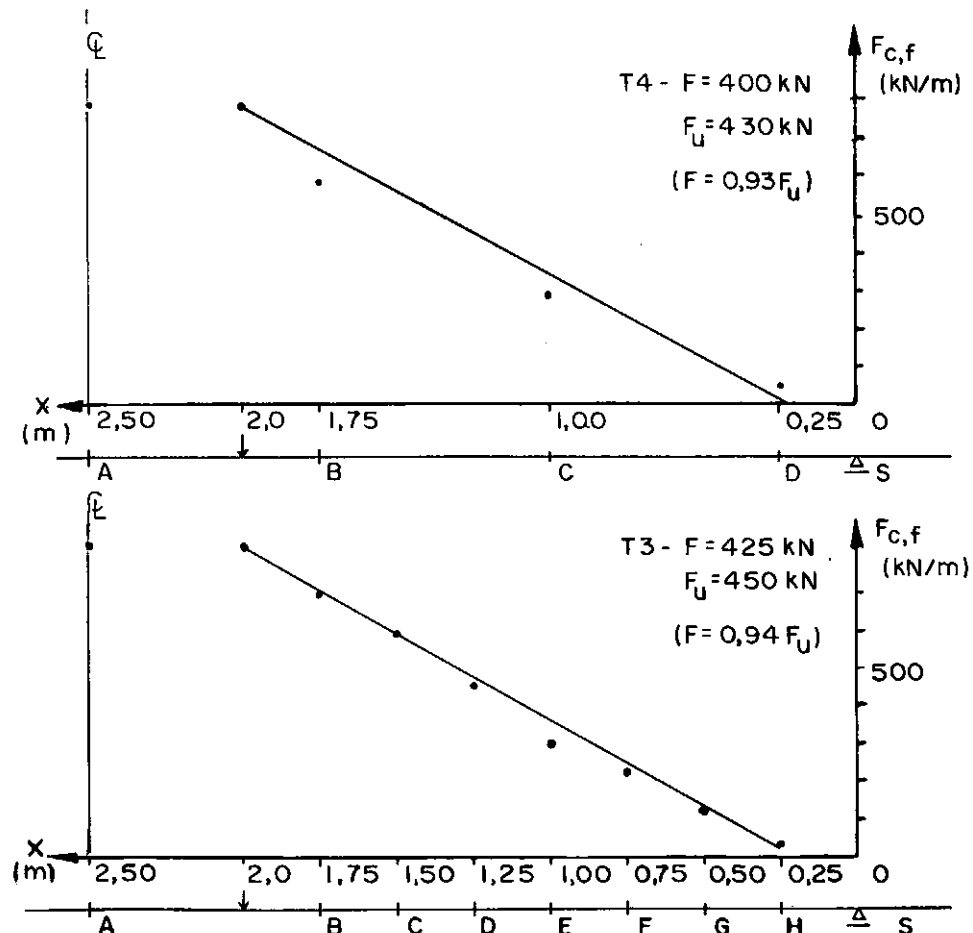
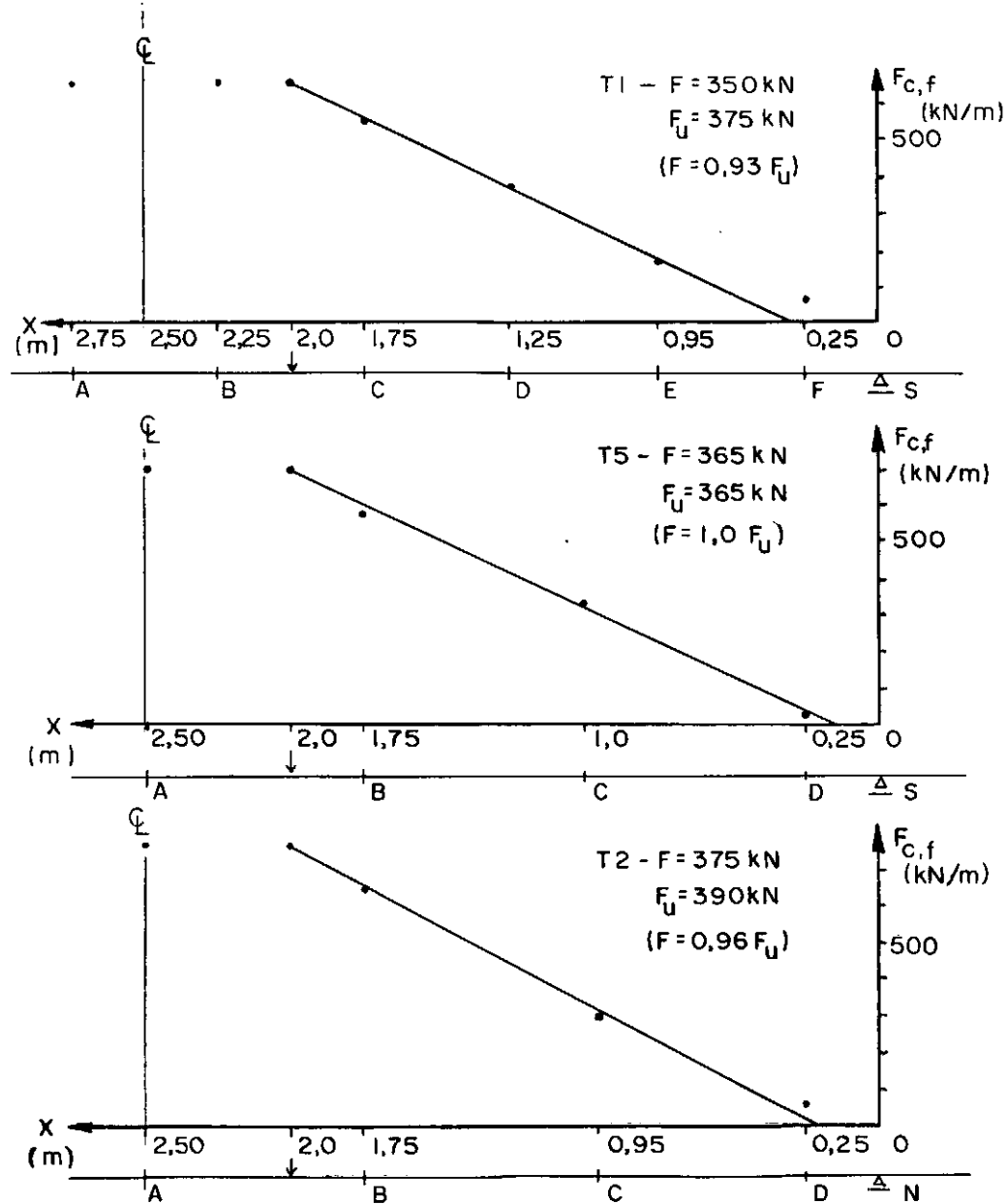


Figura IV.1 - Distribuição da $F_{c,f}$ ao longo do comprimento

sura e da largura das abas, a partir das tensões chegou-se a $F_{c,f}$ para cada seção analisada.

Para um carregamento de cerca de 95% do de ruptura, na Figura IV.1 pode-se ter uma idéia da variação de $F_{c,f}$ ao longo do comprimento das vigas, que parece ser linear. Nas seções de carregamento não foram medidas deformações, mas considerou-se que a $F_{c,f}$ é igual à da seção do meio do vão.

IV.1.2. VERIFICAÇÃO DE $F_{c,f}$ E $F_{c,w}$ NA SEÇÃO DE MOMENTO FLETOR MÁXIMO

Para um dado carregamento, a resultante das tensões de compressão no concreto na seção é

$$F_c = 2 F_{c,f} + F_{c,w}$$

$F_{c,f}$ foi determinado segundo o procedimento explicado na seção IV.1.1, enquanto $F_{c,w}$ foi obtido integrando-se, ao longo de x e de b_w , as tensões no concreto da alma, obtidas a partir do diagrama linear de deformações, dado pelas deformações medidas no concreto (fibra superior) e aço (camada inferior) e da relação tensão-deformação do concreto (Fig. IV.2).

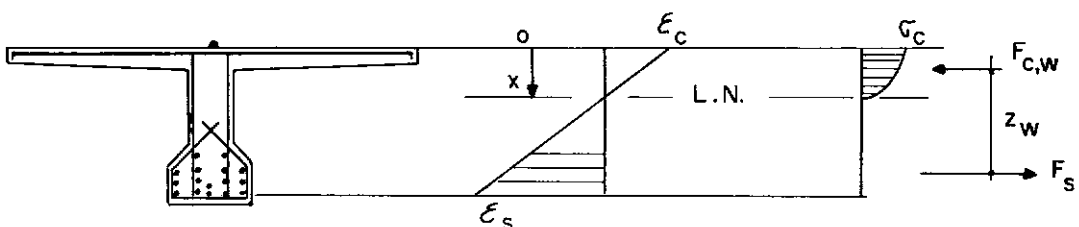


Figura IV.2 - Deformações na alma

O braço de alavanca z_f , correspondente a $F_{c,f}$, variou pouquíssimo e foi aqui considerado constante e igual a 400 mm. O braço de alavanca relativo a $F_{c,w}$, z_w , variou um pouco mais e seus valores, para diferentes níveis de carregamento são vistos na Tabela IV.1. Nesta tabela é mostrada também a relação entre o momento dado por $(2 F_{c,f} z_f + F_{c,w} z_w)$ e o aplicado na seção (Va_v). Pode-se verificar que, em geral, a diferença entre eles foi bem pequena, o que parece indicar que os valores de $F_{c,f}$ e $F_{c,w}$ determinados estão próximos dos reais.

A partir do diagrama linear de deformações para a alma (Figura IV.2), determinou-se também o somatório das forças de tração no aço longitudinal F_s , que deveria ser igual a F_c mas ficou sempre um pouco abaixo do valor da força de compressão no concreto ($F_c = 2 F_{c,f} + F_{c,w}$). As variações de $F_{c,w}$ e $F_{c,f}$ com o carregamento são mostrados na Figura IV.3.

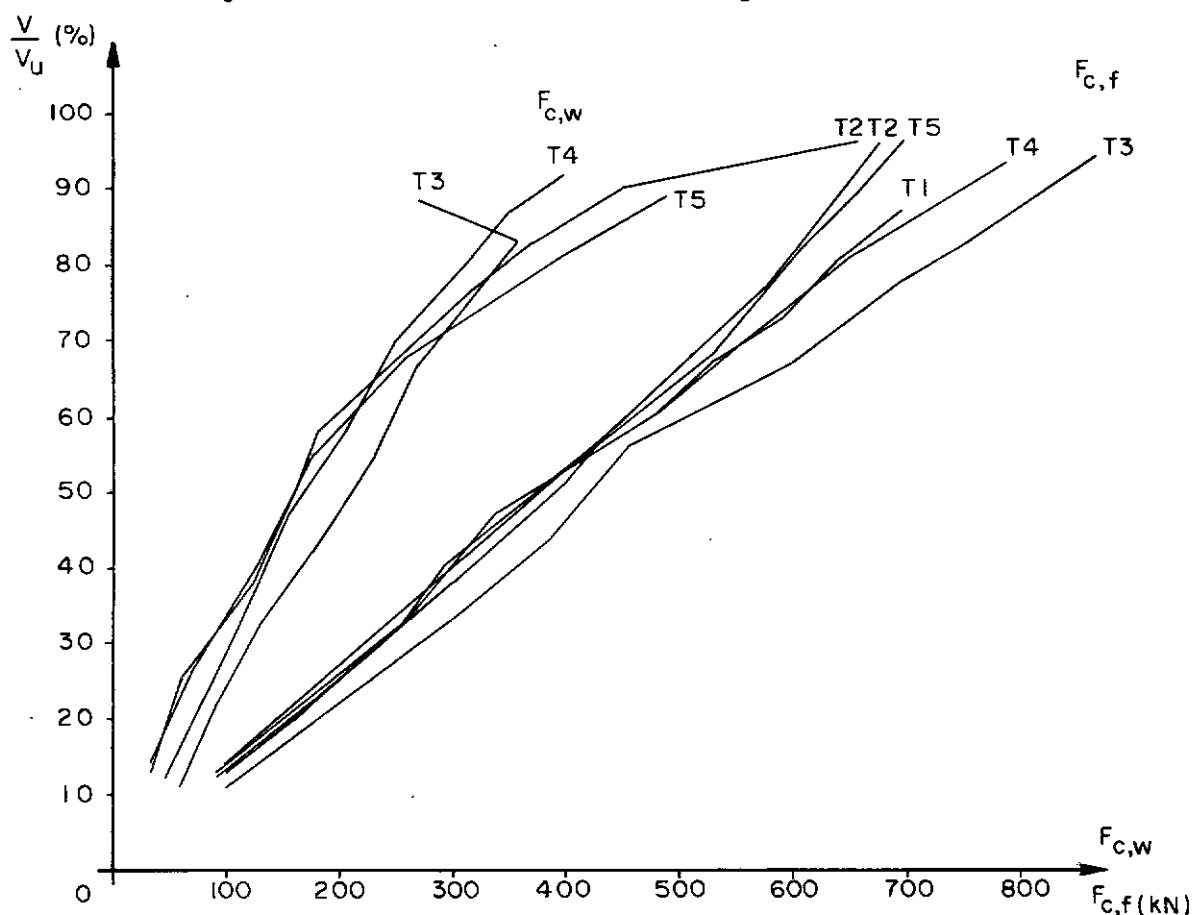


Figura IV.3 - Variação de $F_{c,w}$ e $F_{c,f}$ com o carregamento

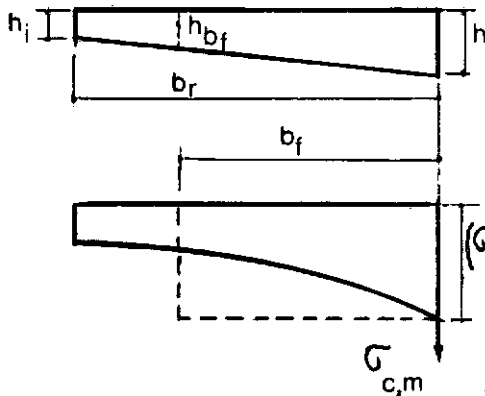
Tabela IV.1 - Verificação dos resultados

Viga	V_u (kN)	V/V_u (%)	$F_{C,f}$ (kN)	$F_{C,w}$ (kN)	z_w (mm)	$(2 F_{C,f} z_f + F_{C,w} z_w)/M$ (%)
T2	50	13	88	38	375	85
	100	26	199	64	384	92
	150	38	296	125	379	95
	200	51	397	164	379	95
	225	58	443	182	380	94
	300	77	576	320	374	97
	325	83	609	373	372	96
	350	90	653	451	368	98
	375	96	709	662	350	106
T3	50	11	99	65	360	103
	100	22	199	91	373	97
	150	33	298	132	374	96
	200	44	389	181	373	95
	250	55	491	230	371	96
	300	67	595	269	372	96
	350	78	700	331	371	98
	375	83	760	362	371	99
	400	89	815	269	389	95
T4	50	12	92	46	370	91
	100	23	183	83	377	89
	150	35	273	119	379	88
	200	47	366	155	378	88
	250	58	456	204	378	88
	300	70	557	250	377	90
	350	81	652	318	375	92
	375	87	717	354	375	94
	400	93	758	401	375	95
T5	50	14	100	36	380	94
	100	27	200	72	382	94
	150	41	310	131	378	99
	200	55	422	175	377	101
	250	68	529	258	373	104
	300	82	610	405	364	106
	325	89	656	487	364	108
	350	96	699	-	-	-
	365	100	700	-	-	-

$z_f = 400$ mm, para todas as vigas

IV.1.3. LARGURA EFETIVA DA ABA DA MESA, NA SEÇÃO DE MOMENTO FLETOR MÁXIMO

A partir da curva ajustada para a determinação de $F_{c,f}$, pôde-se obter a tensão normal média na ligação mesa-alma da seção do meio do vão. Considerando-se que essa tensão fosse a tensão média ao longo da largura da aba, determinou-se a largura b_f que seria necessária para que fosse desenvolvida a $F_{c,f}$ encontrada para a seção do meio do vão. Esta largura será aqui chamada de largura efetiva da aba.



$$F_{c,f} = (\sigma_{c,m})_{\max} b_f \left(\frac{h_{bf} + h_f}{2} \right)$$

$$h_{bf} = h_f - (h_f - h_i) \frac{b_f}{b_r}$$

$$b_f = \frac{h_f b_r}{h_f - h_i} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 (h_f - h_i) F_{c,f}}{h_f b_r (\sigma_{c,m})_{\max}}} \right)$$

Na Tabela IV.2 são dadas as larguras efetivas de todas as vigas, para diferentes níveis de carregamento, larguras que são plotadas na Figura IV.4 como percentagem das existentes. Nesta figura pode-se observar que:

- As vigas T1 ($\rho_f = 0,19\%$) e T5 ($\rho_f = 0,30\%$), para cargas maiores que F_r , foram as que apresentaram a menor largura efetiva da aba ($b_f/b_r \approx 70$ a 80%).
- Em termos de largura efetiva, as vigas T2 ($\rho_f = 0,30\%$) e T4 ($\rho_f = 0,40\%$) comportaram-se de maneira similar ($b_f/b_r \approx 90\%$).

Tabela IV.2 - Largura efetiva da aba

Viga	T1			T5			T2			T4			T3		
V (kN)	V/V _u (%)	b _f (mm)	b _f /b _r (%)	V/V _u (%)	b _f (mm)	b _f /b _r (%)	V/V _u (%)	b _f (mm)	b _f /b _r (%)	V/V _u (%)	b _f (mm)	b _f /b _r (%)	V/V _u (%)	b _f (mm)	b _f /b _r (%)
50	13	416	70	14	522	87	13	497	84	12	516	86	11	574	96
75	20	463	78	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	27	468	79	27	540	90	26	499	84	23	536	89	22	576	96
125	23	454	76	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
150	40	451	76	41	522	87	38	522	88	35	558	93	33	576	96
175	47	444	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
200	53	445	75	55	503	84	51	537	90	47	540	90	44	586	98
225	60	485	82	-	-	-	58	535	90	-	-	-	-	-	-
250	67	486	82	68	481	80	-	-	-	58	549	91	56	571	95
275	73	493	83	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
300	80	496	83	82	459	76	77	546	92	70	549	91	67	580	97
325	87	425	71	89	473	79	83	540	91	-	-	-	-	-	-
350	93	433	73	96	466	78	90	537	90	81	524	87	78	575	96
375	-	-	-	-	-	-	96	549	92	87	533	89	83	577	96
400	-	-	-	-	-	-	-	-	-	93	547	91	89	591	98
425	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	94	594	99
	F _r = 325 kN F _u = 375 kN			F _r = 290 kN F _u = 365 kN			F _r = 300 kN F _u = 390 kN			F _r = 320 kN F _u = 430 kN			F _r = 300 kN F _u = 450 kN		

- A viga T5, com a mesma ρ_f que a T2, mas com barras de maior diâmetro mais espaçadas, teve pior comportamento que a T2.
- Sô na viga T3 ($\rho_f = 0,56\%$) foi verificada largura efetiva igual \tilde{a} existente.

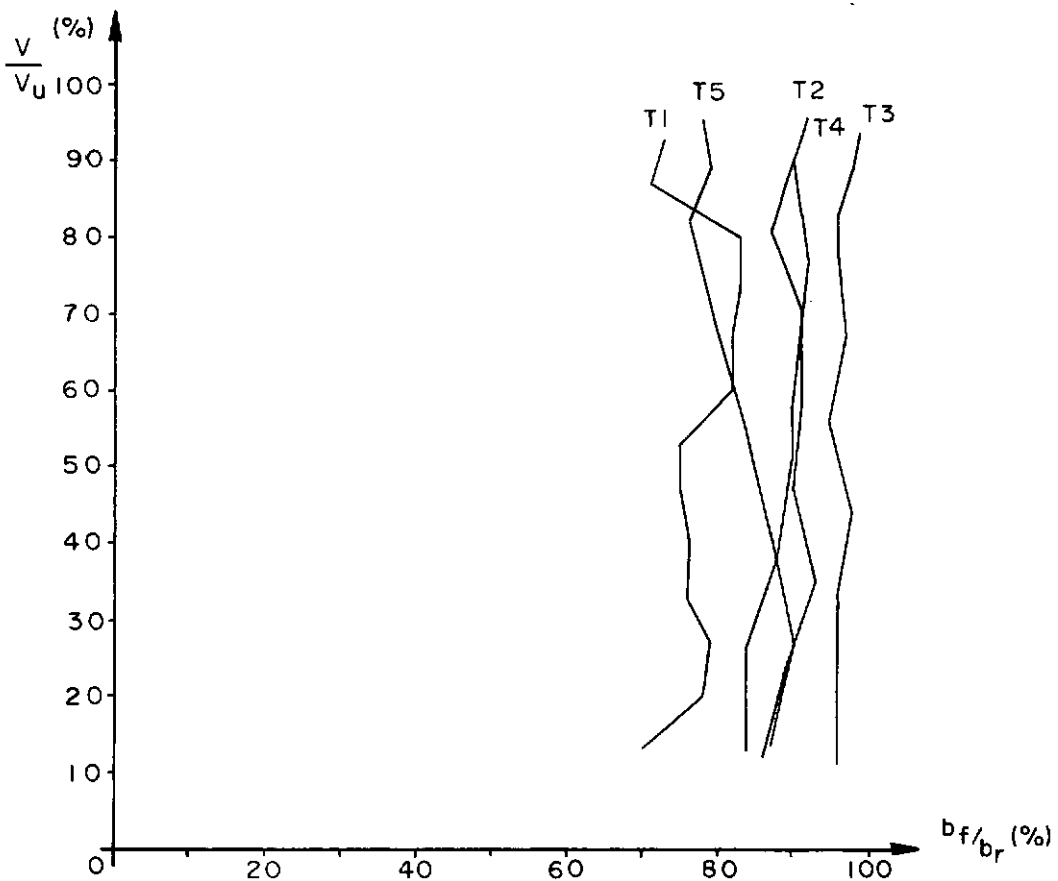


Figura IV.4 - Variação de b_f ao longo do carregamento

Nas vigas com menor porcentagem de armadura, as tensões na alma são maiores que nas abas da mesa. Em vista disto, considerando-se a tensão média na alma (na altura h_f) como máxima para determinar a largura efetiva da mesa e, a partir daí, achando-se a largura efetiva das abas, chega-se a valores para esta largura bem menores do que os indicados na Tabela IV.2.

A Tabela IV.3 dá os valores máximos da largura efetiva da aba que, segundo a NBR-6118, deveriam ser consideradas no di

mentação à flexão das vigas ensaiadas, valores que correspondem a $(6 h_f)$. Nela também são mostrados os valores de largura efetiva da aba constatados nos ensaios, para cargas próximas de ruptura. Pode-se verificar na tabela que:

- A viga T1, com ρ_f aproximadamente igual à mínima indicada pela NBR-6118, apresentou largura efetiva menor do que a limite permitida por esta norma.
- Pode-se considerar, nos cálculos, larguras efetivas de mesa maiores que as especificadas na NBR6118, desde que as mesas sejam providas de adequada quantidade de armadura transversal.

Tabela IV.3 - Comparações entre valores dos ensaios e os indicados em norma

Viga	T1	T5	T2	T4	T3
ρ_f , min (%) NBR	0,20	0,21	0,21	0,21	0,20
ρ_f (%) usado	0,19	0,30	0,30	0,40	0,56
b_f (mm) NBR	450	420	420	420	450
b_f (mm) verificado	433	466	549	547	594

IV.1.4. RESISTÊNCIA AO CORTANTE LONGITUDINAL

A resistência de uma viga ao cortante longitudinal pode ser calculada pelos métodos apresentados na seção II.2.1, desde que sejam conhecidas suas características físicas e geomê-

tricas. Na Tabela IV.4 estão os valores adimensionais de resistência ($F_{c,f}/a_v h_f f_c$) para as vigas ensaiadas, calculados pelos diversos métodos, excetuando-se o de Razaqpur-Ghali. Nela também são vistos os valores de ($F_{c,f}/a_v h_f f_c$) encontrados a partir de dados experimentais relativos a carregamento cerca de 95% do último, valores que são próximos dos correspondentes à ruptura.

Embora alguns dos métodos sõ considerem a armadura transversal ao longo de certos trechos da mesa, eles também são aqui aplicados para as vigas ensaiadas, nas quais havia armadura ao longo de todo comprimento. Neste caso, nos cálculos, ê desprezada parte da armadura existente, o que leva a valores de resistência menores.

Na Tabela IV.4 pode-se verificar que:

- Os métodos de cálculo baseados na Teoria do Limite Superior levam a resultados próximos dos verificados nos ensaios.
- Dos demais métodos, os que, em geral, levam a resultados mais próximos dos encontrados nos ensaios são os de Domingues. Nesses métodos, as maiores diferenças entre resultados teóricos e experimentais são verificadas para os casos de quantidades de armadura transversal na mesa bem pequenas.

Para a viga T3, que rompeu por flexão, a Figura IV.5 compara o valor de $\rho_f f_y$ usado com o que seria requerido segundo o método de cálculo de Razaqpur-Ghali. Nos cálculos, usou-se o $F_{c,f}$ obtido a partir de dados experimentais corresponden-

Tabela IV.4 - Valores de $\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}$ teóricos e experimentais

Viga	$\sigma_f f_y$ f_c (%)	$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}$ teóricos								$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}$ experimentais			
		Métodos da Tab. II.5		Métodos da Tab. II.3			Métodos da Tab. II.2**				$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}$	$\frac{F_{c,f}}{a h_f f_c}^*$	$\frac{V}{V_u}$ (%)
		Morley e Rajendran	Domingues (v=0,60)	Morley e Rajendran	Domingues* (1 campo de tensões uniaxiais) v=0,85	Domingues* (2 campos de tensões uniaxiais) v=0,85	Nielsen e Domingues (v=0,85)	Regan e Placas	Morley e Rajendran	Badawy e Bachmann			
T1	3,6	0,13	0,14	0,11	0,12	0,12	0,09	0,09	0,11	0,09	0,14	0,16	93
T5	4,6	0,14	0,16	0,12	0,14	0,14	0,10	0,10	0,11	0,12	0,14	0,16	100
T2	5,9	0,16	0,17	0,15	0,16	0,16	0,11	0,15	0,14	0,15	0,17	0,18	96
T4	7,4	0,19	0,19	0,16	0,18	0,18	0,13	0,13	0,15	0,19	0,17	0,19	93
T3	12,4	0,26***	0,23	0,24	0,23	0,23	0,16	0,17	0,22	0,31***	0,20	0,22	94

* O comprimento onde se considera haver cortante longitudinal é $a = a_v - z \frac{\cot \theta}{2} = a_v - \frac{z}{2}$.

** Parte da armadura é ignorada nos cálculos.

*** Valores maiores que $\frac{A_{c,f}}{a_v h_f} = 0,25$, que é o valor máximo possível.

tes a uma carga igual a 94% da de ruptura. Pode-se notar que, para todos os trechos da viga, por este método dever-se-ia ter mais armadura do que a que foi colocada. No trecho central da viga entre as cargas, onde o método leva a maior quantidade de armadura, a requerida pelo método é o dobro da usada. A comparação da Figura IV.5 indica que o dimensionamento da armadura segundo esse método é bastante antieconômico.

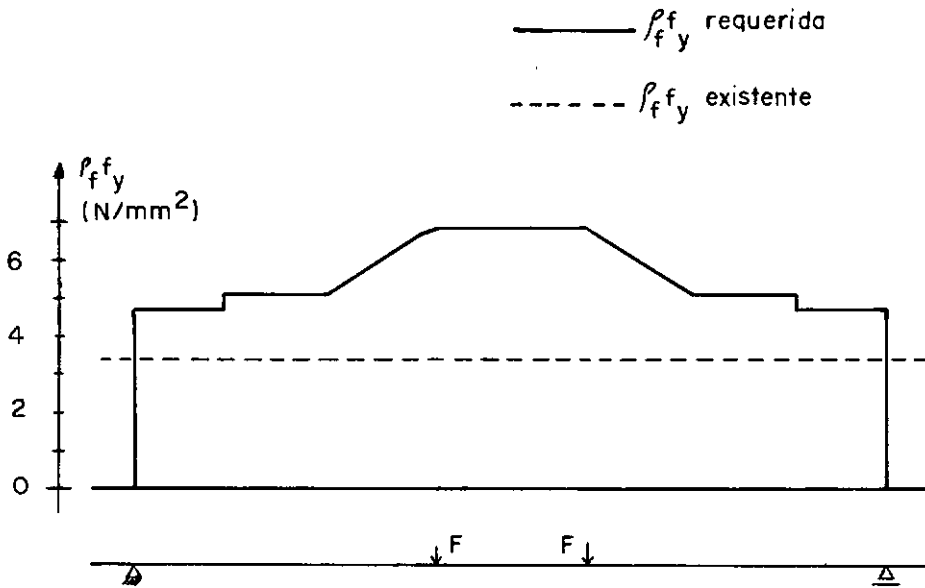


Figura IV.5 - Comparação entre o valor de $\rho_f f_y$ usado na viga T3 e o requerido segundo o método de Razaqpur-Ghali

IV.2. ANÁLISE DE RESULTADOS DE TODOS OS ENSAIOS QUANTO A RESISTÊNCIA

IV.2.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Tanto teórica quanto experimentalmente pode-se verificar

que uma certa quantidade de armadura transversal da mesa é tanto mais eficiente com relação ao cortante longitudinal quanto mais ela é concentrada próximo à seção de momento máximo. Na prática, entretanto, essa armadura é uniformemente distribuída, já que ela é usada para resistir ao cortante longitudinal e à flexão transversal ao mesmo tempo.

Na Tabela IV.5 são encontrados os valores de $(\rho_f f_y)/f_c$ e de $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$, correspondentes à ruptura, para todas as vigas com carregamento sô sobre a alma cujos resultados foram encontrados na literatura. Das 28 vigas relacionadas, 6 tinham a armadura concentrada na seção de momento máximo, 1 tinha armadura uniformemente distribuída em $a_v/2$ e nas 21 restantes a armadura era distribuída em todo o vão, sendo que em apenas uma ela não era uniformemente distribuída. Dessas vigas, 16 tiveram como causa principal de ruptura o cortante longitudinal e 2 a ação combinada de cortante vertical na alma e cortante longitudinal na mesa. As outras ou romperam devido à flexão (4) ou ao cortante vertical na alma (5) ou à perda de ancoragem de armadura principal (1), mas, como apresentavam a mesa bem fissurada quando da ruptura, elas terão seus resultados também usados em comparações.

Para as vigas que romperam por flexão, a resistência ao cortante longitudinal $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ foi determinada, admitindo-se a linha neutra na alma e tensões uniformes na mesa, pela fórmula:

$$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c} = \frac{M_{\max}}{a_v h_f z f_c} \cdot \frac{A_{c,f}}{A_c}$$

onde A_c é a área total da mesa e $A_{c,f}$ é a área de uma aba da me

Tabela IV.5 - Resistências teóricas e experimentais para todas as vigas

Ensaio	Viga	$\frac{A_{s,f}}{a_v} \frac{f_y}{h_f f_c}$	$\frac{F_{c,f}}{a_v h_f f_c}$	Tipo de ruptura	$A_{s,f}$ uniformemente distribuída			$A_{s,f}$ unif. distribuída em parte do comprimento***				$A_{s,f}$ concentrada
					Morley e Rajendran	Domingues (1 campo de tensões) ($v=0,85$)	Domingues (2 campos de tensões) ($v=0,85$)	Nielsen e Domingues ($v=0,85$)	Regan e Placas	Morley e Rajendran	Badawy e Bachmann	
Placas	T21	0	0,09	cort. longitudinal	0	0	0	0	0	0	0	Petersen, Lyhne e Domingues ($v=0,60$)
	T37	0,02	0,13	cort. alma	0,05	0,08	0,09	0,06	0,04	0,05	0,04	
	T32	0,03	0,15	cort. alma	0,09	0,11	0,11	0,08	0,07	0,08	0,07	
	T6	0,06	0,15	cort. alma	0,15	0,16	0,16	0,11	0,12	0,14	0,15	
	T24	0	0,09	cort. longitudinal	0	0	0	0	0	0	0	
	T14	0,05	0,13	cort. alma	0,13	0,14	0,15	0,10	0,10	0,11	0,12	
Regan	U1	0,01	0,13	cort. longitudinal	0,04	0,08	0,08	0,05	0,04	0,03	0,03	
	U3	0,03	0,14	cort. longitudinal	0,09	0,12	0,13	0,09	0,08	0,08	0,09	
	U4	0,01	0,12	cort. long. + cort. alma	0,04	0,08	0,08	0,05	0,04	0,03	0,03	
	U5	0,23	0,17	flexão	-	0,31	0,28	0,22	0,24	0,14	0,56 ⁺⁺ (0,46) ⁺⁺⁺	
Petersen e Lyhne	102*	0,53	0,40	cort. alma								0,30
	103*	0,20	0,35	cort. long. + cort. alma								0,28
	104*	0,10	0,23	cort. longitudinal								0,22
	105*	0,40	0,14	cort. longitudinal								0,14
	106**	0,13	0,16	flexão				0,17				-
	107*	0,90	0,18	ancoragem								0,21
	108*	0,15	0,24	cort. longitudinal								0,21
Badawy e Bachmann	Q1 ⁺	0,05	0,14	cort. longitudinal	0,13	0,15	0,15	0,10	0,11	0,10	0,12	
	Q2	0,07	0,15	flexão	0,17	0,18	0,18	0,12	0,13	0,13	0,16	
Domingues	T1-111	0,05	0,16	cort. longitudinal	0,12	0,15	0,15	0,10	0,10	0,14	0,13	
	T1-112	0,06	0,15	cort. longitudinal	0,14	0,16	0,17	0,11	0,11	0,13	0,15	
	T1-121	0,03	0,12	cort. longitudinal	0,07	0,11	0,11	0,07	0,06	0,11	0,07	
	T1-211	0,06	0,20	cort. longitudinal	0,13	0,16	0,16	0,11	0,10	0,10	0,15	
Este trabalho	T1	0,04	0,16	cort. longitudinal	0,11	0,13	0,12	0,09	0,09	0,11	0,09	
	T5	0,05	0,13	cort. longitudinal	0,12	0,14	0,14	0,10	0,10	0,11	0,12	
	T2	0,06	0,17	cort. longitudinal	0,15	0,16	0,16	0,11	0,15	0,14	0,15	
	T4	0,07	0,17	cort. longitudinal	0,16	0,18	0,18	0,13	0,13	0,15	0,19	
	T3	0,12	0,25	flexão	0,24	0,23	0,23	0,16	0,17	0,22	0,31 ⁺⁺ (0,25) ⁺⁺⁺	

* $A_{s,f}$ com s_f variável, sendo menor perto dos apoios* $A_{s,f}$ concentrada na seção de M_{max} ** $A_{s,f}$ uniformemente distribuída em $a_v/2$ *** Nas vigas com $A_{s,f}$ distribuída ao longo de todo o comprimento, parte dela é ignorada nos cálculos++ Valores maiores que $\frac{A_{c,f}}{a_v h_f} = ()^{+++}$, que é o valor máximo possível

sa.

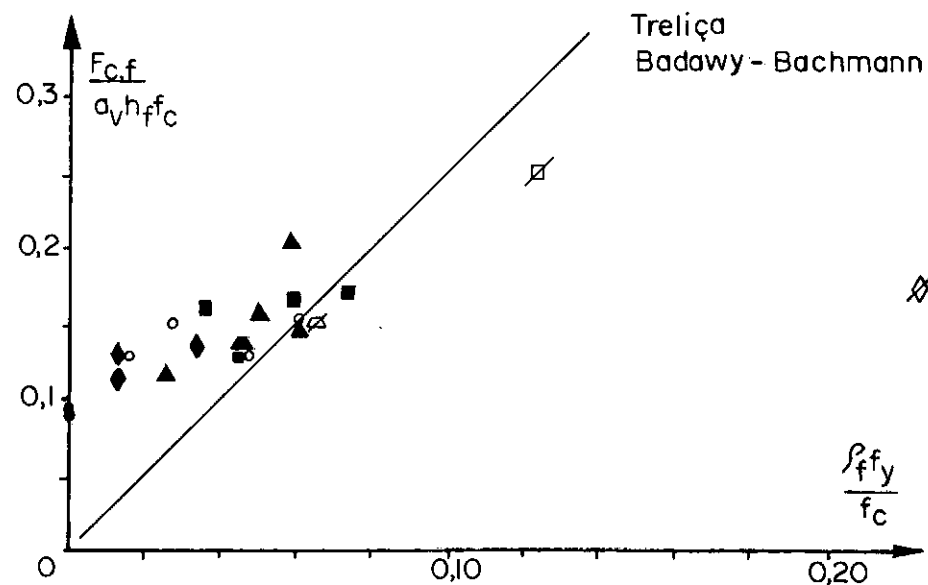
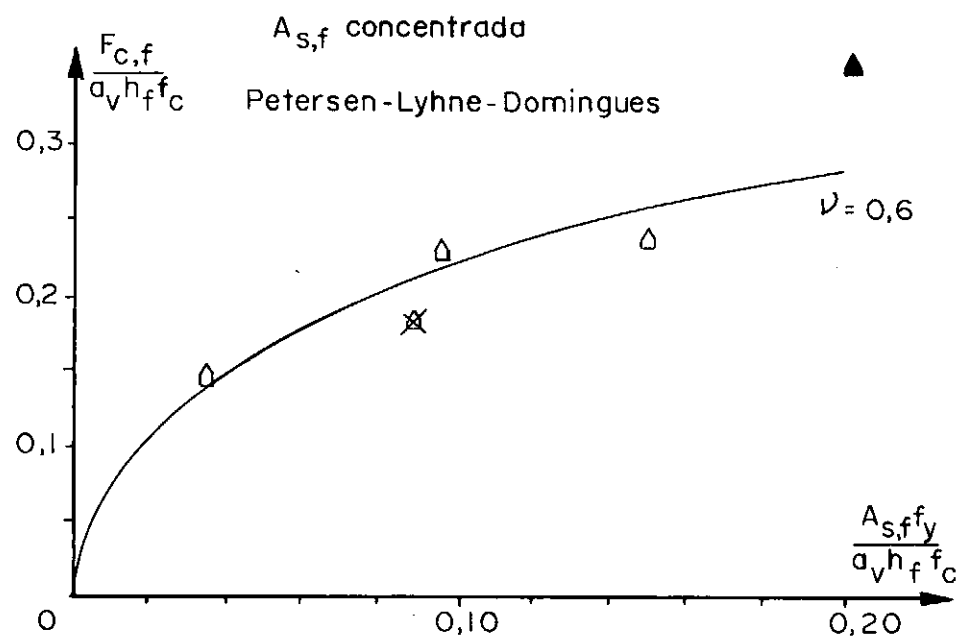
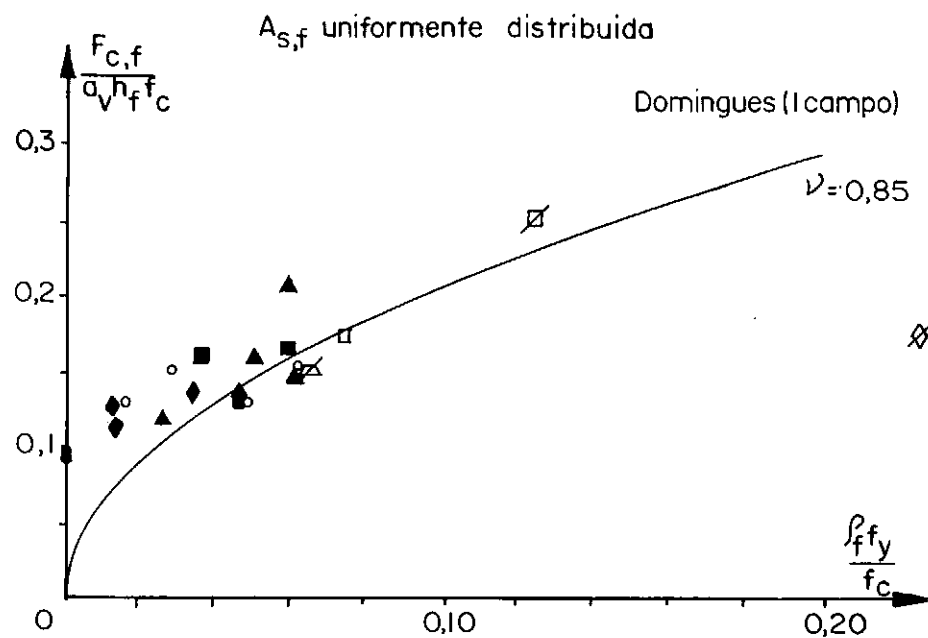
Nas vigas que não romperam por flexão, considerou-se, de maneira aproximada, a maior não uniformidade de tensões ao longo da largura da mesa, multiplicando-se o valor de $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ obtido pela fórmula acima por 0,85. Este coeficiente de minoração foi determinado a partir dos ensaios deste trabalho, mas foi extendido aos outros ensaios de vigas com armadura distribuída, onde não havia dados para tal determinação. Nas vigas com armadura concentrada na seção de momento máximo não foi usado o coeficiente de minoração, pois a concentração de armadura tende a levar a uma uniformidade de tensões nessa seção.

IV.2.2. COMPARAÇÕES COM MÉTODOS DE CÁLCULO DE DIFERENTES AUTORES

Além dos valores de resistência $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ correspondentes ao carregamento de ruptura verificado nos ensaios, na Tabela IV.5 são dados também os valores de resistência obtidos segundo diferentes métodos de cálculo, de acordo com o arranjo de armadura transversal da mesa. Nos métodos de cálculo é considerado que toda a armadura é igualmente tracionada.

Pelos resultados apresentados na Tabela IV.5, que são também plotados nos gráficos da Figura IV.6, pode-se concluir que:

- A variação de $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ com $\rho_f f_y/f_c$, para o caso de armadura uniformemente distribuída no vão, parece seguir o que é estabelecido pelo método de Domingues.



Causas de ruptura

Ancoragem	Flexão	Cort.Alma	Cort.Long
-----------	--------	-----------	-----------

Ensaio

Placas
Regan
Petersen-Lyhne
Badawy - Bachmann
Domingues
Este trabalho

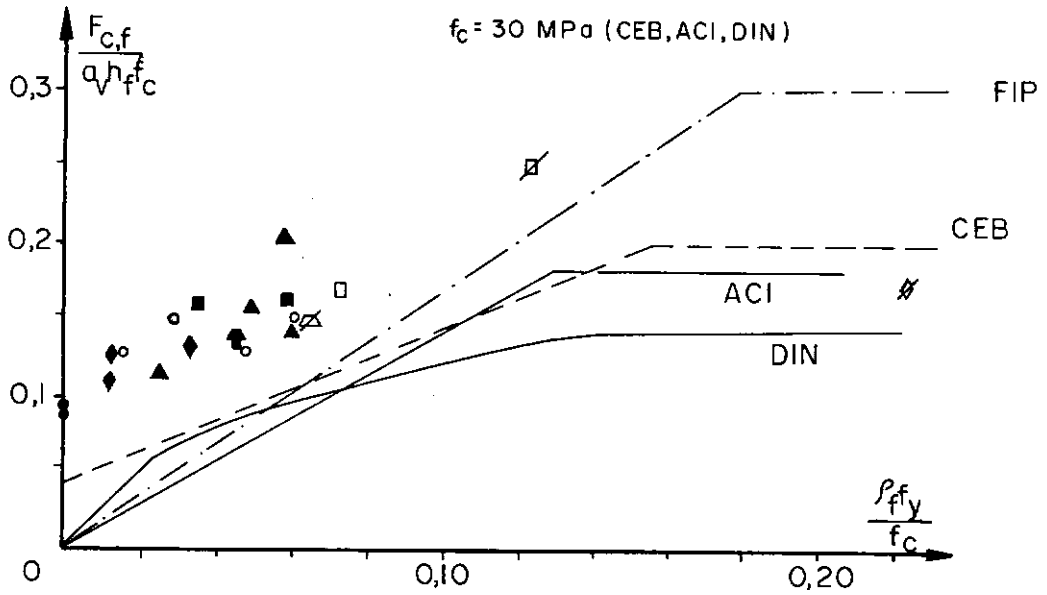
Figura IV.6 - Comparação entre os resultados de métodos de cálculo e experimentais

- A inclinação das bielas de concreto definida para a treliça de Badawy-Bachmann leva a uma relação linear entre $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ e $\rho_f f_y/f_c$ que não está de acordo com o que é indicado pelos resultados dos ensaios.

IV.2.3. COMPARAÇÕES COM MÉTODOS DE CÁLCULO RECOMENDADOS POR NORMAS

O gráfico da Figura IV.7 mostra as relações experimentais entre $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ e $\rho_f f_y/f_c$ (ver Tabela IV.5) e as dadas pelas fórmulas sugeridas pelas normas de cálculo de estruturas de concreto FIP, CEB-FIP, ACI e DIN, usando coeficientes de segurança unitários (ver seção II.3). Para os cálculos referentes às normas CEB-FIP, ACI e DIN usou-se $f_c = 30$ MPa, valor médio das resistências dos concretos das vigas com armadura distribuída no vão, cujos resultados de ensaios estão mostrados na Figura IV.7. Pode-se verificar nesta figura que:

- Para uma larga faixa de $\rho_f f_y/f_c$, correspondente aos seus valores mais usuais, existe pouca diferença entre os $F_{c,f}/(a_v h_f f_c)$ obtidos pelas fórmulas das diferentes normas.
- As quatro normas analisadas, para o caso de mesas comprimidas sem flexão transversal, levam a valores de resistência ao cortante longitudinal a favor da segurança.



Causas de ruptura			Ensaio
Flexão	Cort. Alma	Cort. Long	
			Placas
			Regan
			Badawy-Bachmann
			Domingues
			Este trabalho

Figura IV.7 - Comparação entre os resultados de métodos de cálculo de normas e experimentais

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

O volume de trabalho relativo ao problema de cortante longitudinal nas ligações mesa-alma é ainda pequeno. Apesar disso, a partir do que foi apresentado neste trabalho e em outros, pôde-se tirar algumas conclusões, que são abaixo apresentadas.

O comportamento global de vigas com mesas depende não só da armadura das almas, mas também da armadura das mesas.

A força de compressão a ser resistida pelas abas das mesas e a largura efetiva das mesas dependem da quantidade e disposição da armadura transversal das mesas.

Em certos casos, como em vigas prẽ-moldadas onde são usados processos de aceleração de cura, antes mesmo da retirada das fôrmas, são verificadas fissuras ao longo das ligações mesa-alma. Isto leva a que a armadura transversal das mesas tenha um papel ainda mais importante, tanto com relação à resistência ao cortante longitudinal quanto com relação à limitação da abertura das fissuras das mesas.

O uso de menores espaçamentos e menores diâmetros para a armadura transversal das mesas leva a um melhor comportamento das vigas, em serviço e na ruptura.

Com algumas limitações introduzidas, praticamente todos os métodos para o cálculo da armadura transversal das mesas já propostos podem ser utilizados.

Os métodos de cálculo da armadura transversal uniformemente distribuída das mesas sugeridos pelas normas FIP, CEB-FIP, ACI e DIN levam a valores seguros para o caso de mesas comprimidas sem flexão transversal. Para mesas tracionadas, pode ser constatado [15] que isto muitas vezes não acontece.

A maneira simplista com que a norma NBR-6118 trata as ligações mesa-alma pode levar a projetos não tão seguros quanto se imagina que eles sejam.

Parece que os métodos de cálculo de resistência ao cortante longitudinal de mesas propostos para vigas simplesmente apoiadas podem ser usados também para vigas contínuas, considerando-se separadamente cada trecho entre seções de momentos máximo e nulo.

CAPÍTULO VI

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para uma melhor compreensão do comportamento das vigas com mesas faz-se necessária uma maior abrangência no estudo teórico-experimental do problema da resistência ao cortante longitudinal. Estudos adicionais se fazem necessários principalmente com relação a

- vigas com mesas tracionadas;
- vigas com carregamento distribuído;
- vigas com altura variável;
- vigas contínuas;
- interação entre cortante longitudinal, flexão transversal e cortante vertical.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, "Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado", NBR-6118, Rio de Janeiro, 1982.
- [2] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI-318, Detroit, 1983.
- [3] BADAWEY, M. e BACHMANN, H., "Versüchle über Langschub und Querbiegung in Druckplatten von Betonträgern", Institute für Baustatik und Konstruktion, Bericht Nr. 6504-8, Zürich, 1977.
- [4] BRITISH STANDARDS INSTITUTION, "The Structural Use of Concrete", BS 8110, Part 1, London, 1985.
- [5] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON ET FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE, "CEB-FIP Model Code for Concrete Structures", 3th Ed., 1978.
- [6] _____, "Manuel de Calcul Flexion-Compression", Bulletin d'Information N° 135, pp. 115-120, 1980.
- [7] DEUTSCHES INSTITUTE FÜR NORMUNG, "Concrete and Reinforced Concrete, DIN-1045, Beuth Verlag GmbH, 1978.

- [8] DOMINGUES, L.C., "Longitudinal Shear Strength of Web-Flange Junctions in Reinforced Concrete", Ph.D. Thesis, Polytechnic of Central London, 1981.
- [9] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAÎNTE, "Practical Design of Reinforced and Prestressed Concrete Structures", London, 1984.
- [10] LEONHARDT, F. e MÖNNIG, E., "Construções de Concreto", vol. I, Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1977.
- [11] MORLEY, C.T. e RAJENDRAN, S., "The Strength and Effective Width of Reinforced Concrete Flanges", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, Nº 59, pp. 103-122, 1975.
- [12] NAGATO, Y., "Um Dispositivo para a Determinação Experimental do Módulo de Deformação Longitudinal do Concreto na Compressão", 1º Congresso de Tecnologia, COPPE/UFRJ, out. 1983.
- [13] PETERSEN, P.L. e LYHNE, J.C., "Forskydningsarmering i T-Bjælkeflanger", Danmarks Ingeniørakademi, Bygningsafdelinger, Zynby, dec. 1975.
- [14] RAZAQPUR, A.G. e GHALI, A., "Design of Transverse Reinforcement in Flanges of T-Beams", ACI-Journal, Title nº 83-64, pp. 680-689, july-august 1986.
- [15] REGAN, P.E., "Longitudinal Shear in the Flanges of Reinforced Concrete Beams", CEB-FIP Bulletin d'Information, Nº 146, pp. 139-191, 1982.
- [16] REGAN, P.E. e PLACAS, A., "Limit-State Design for Shear in

Rectangular and T-Beams", Magazine of Concrete Research, vol. 22, Nº 73, pp. 197-208, dec. 1970.

[17] SEN, H.K., Discussão da referência acima, Magazine of Concrete Research, vol. 23, nº 77, pp. 192-195, dec. 1971.

[18] SHEHATA, L.C.D. e REGAN, P.E., "Ligações Mesa-Alma de Vigas de Concreto Armado", Revista Brasileira de Engenharia, vol. 1, nº 2, pp. 5-18, Rio de Janeiro, 1983.